Д.В. РЯБОКОНЬ, К.Л. ЛЕВИН, Б.Д. КЛИМЕНКОВ, В.А. ЖУКОВ

МЕХАНИКА, КИНЕМАТИКА ДЛЯ АНГЛОГОВОРЯЩИХ СТУДЕНТОВ

Методические указания

Издательство

Научный импакт

Санкт-Петербург

2023

Механика, кинематика для англоговорящих студентов.

Методические указания

Методические указания по механике является частью цикла методических указаний по физике, предназначенных для абитуриентов, обучающихся на подготовительном отделении и владеющих английским языком, а также иностранных студентов первого курса университета. Содержатся теоретические сведения и примеры задач, призванных способствовать самостоятельной работе учащихся в качестве внеаудиторного чтения. Изложение материала ведется на русском и английском языках.

Редактор: проф. П.Я. Крауинш
Тех. редактор К.Л. Левин
Художник: Евгения Седых

Дарья Рябоконь, Кирилл Левин, Борис Клименков, Виктор Жуков, Военная академия связи имени маршала Советского Союза С.М Буденного, кафедра физики.

Опубликовано издательством Научный импакт, Санкт-Петербург, РФ. Email: impact_press@hotmail.com

УДК 531.1, 811

ВВЕДЕНИЕ *(INTRODUCTION)*

Методическое пособие охватывает часть стандартного курса механики и соответствует программе школьного курса. Предназначено для более быстрого изучения русского языка и повторения основ физики данного раздела.

Methodical recommendations cover the part of traditionally teaching mechanics discipline and satisfy the requirements of high school program. It is dedicated to more rapid learning of Russian language by non-russian speaking students, and refreshing basics of physics of this subject.

Табл. 1

Symbol *(Обозначение)*	Name	*Название*
	motion	*движение*
	reference frame	*система отсчёта*
	reference body	*тело отсчёта*
	material point; mass point	*материальная точка*
	rigid body	*твёрдое тело*
	translation motion	*поступательное движение*
	rotational motion; circular motion	*вращательное движение*
$\vec{r}$	coordinate vector; vector radius	*радиус-вектор*
$\vec{r}_{BA}$	position vector; displacement; moving	*вектор перемещения;* *перемещение*
Δx	finite change in *x*	*конечное изменение x* *приращение x*
dx	infinitesimal change in *x*; differential of *x*	*бесконечно малое изменение x;* *дифференциал x*
dx/dt	first derivative of *x* with	*первая производная от x*

	respect to *t*	*no t*
$\int_0^t f(x)dx$	a definite integral of *f*(*x*) between 0 and *t*	*определённый интеграл от f(x) в пределах 0 до t*
$\vec{a}$	acceleration	*ускорение*
$\langle\vec{a}\rangle$	mean acceleration; average acceleration	*среднее ускорение*
M	mass	*масса*
	trajectory	*траектория*
S	distance, path	*путь*
	coordinate systems	*система координат*
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	unit vectors of axes *x*, *y*, *z*	*единичные (базисные) вектора осей координат x, y, z*
$\vec{\upsilon}$	velocity; instantaneous velocity	*скорость; мгновенная скорость*
$\|\vec{\upsilon}\|$	modulus (magnitude) of velocity	*модуль (значение) скорости*
$\upsilon = \|\vec{\upsilon}\| = \frac{dS}{dt}$	speed	*путевая скорость; модуль мгновенной скорости*
$\langle\vec{\upsilon}\rangle$	mean velocity average velocity	*средняя скорость*
$\vec{\upsilon} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} =$ $= \vec{r}\,' = x'_p \cdot \vec{i} + y'_p \cdot \vec{j} +$ $+ z'_p \cdot \vec{k}$	limit for Δt tending to zero of $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$	*предел от* $\Delta\vec{r}$ *при Δt, стремящемся к нулю*
	straight-line motion,	*прямолинейное движение*
	uniform circular motion	*равномерное вращательное движение*
R	radius of the trajectory	*радиус кривизны траектории*

Symbol. (*Обозначение)*	Name	*Название*
$\vec{a}_n$	centripetal acceleration	*центростремительное ускорение (нормальное)*
$\vec{\omega}$	angular velocity	*угловая скорость*
$\vec{a}_\tau$	tangential acceleration	*тангенциальное ускорение*
$\Delta\vec{\varphi}$	angular position	*угловое перемещение*
$\vec{\varepsilon}$	angular acceleration	*угловое ускорение*
	circular non-uniform motion	*вращательное неравномерное движение*
ν	Frequency	*Частота*
T	Period	*Период*

1. КИНЕМАТИКА *(KINEMATICS)*

Кинематика – раздел классической механики, связанный с движением тела или системы тел без учёта сил, его вызывающих.

Kinematics – subdivision of classical mechanics, concerned with the motion of a body or system of bodies without consideration of the forces involved.

Движение – это изменение положения или ориентации тела (в пространстве) с течением времени.

Motion is the change of the position or orientation of a body during the time.

Движение, которое изменяет ориентацию тела в пространстве, называется вращением.

Motion that changes the orientation of a body is called rotation.

Вращательное движение является движением по окружности: круговому пути или по круговой орбите.

Circular motion is a movement along a circle: a circular path or a circular orbit.

Оно может быть равномерным, то есть с постоянной угловой скоростью вращения, или неравномерным, то есть с изменением скорости вращения.

It can be uniform, that is, with constant angular rate of rotation, or non-uniform, that is, with a changing rate of rotation.

Поступательное движение (Рис. 1) – это движение твёрдого тела, при котором линия, соединяющая любые две точки тела, смещается параллельно самой себе.

Translational motion (Рис. 1) is the motion of a rigid body when a line connecting any two points of the body is shifted parallel to itself.

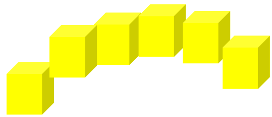


Рис. 1

Во время поступательного движения все точки тела описывают идентичные траектории. При наложении траектории совпадают, а все точки тела имеют в каждый момент времени одинаковые по величине и направлению скорости и ускорения.

All points of the body describe identical trajectories during translational motion. When superposed trajectories coincident, and all points of the body have at every moment of time the same velocities and accelerations in magnitude and direction.

Наиболее общий вид движения сочетает в себе оба: поступательное и вращательное (Рис. 4).

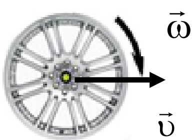


Рис. 2

The most general kind of motion combines both: translation and rotation (*Рис.* 4).

Объект, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с параметрами его движения, а его положение полностью описывается одной тройкой координат, называется материальной точкой

.An object which size is negligible compared with the dimensions of its motion and its

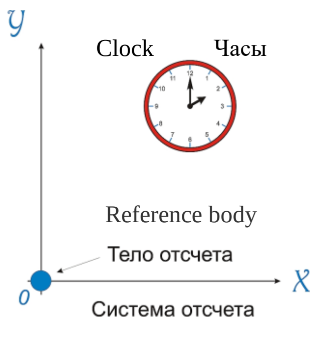


Рис. 3 Reference frame

position is described completely by a single triplet of coordinates, is called a mass point.

Все наблюдения в физике являются неполными, без обозначения в какой системе отсчёта они определены (Рис. 3).

All observations in physics are incomplete without the reference frame being specified (*Рис. 3*).

Обычно для определения положения материальной точки используют трёхмерную систему координат.

Usually, a three-dimensional coordinate system is used to define the position of a mass point.

В ортогональной Декартовой системе координат положение точки при движении определяется в любой момент времени радиус-вектором, который может быть выражен через компоненты осей:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{i} + z\vec{k}\ , \tag{1}$$

In a system of orthogonal Cartesian axes, the position of the point in motion is pin-pointed at every moment by the vector radius which can be represented by its components on the axes:

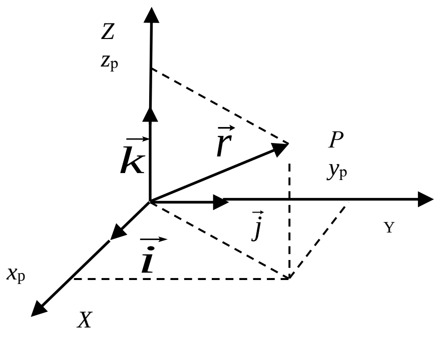


Рис. 4

где x, y, и z являются Декартовыми координатами, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (векторы, модули которых равны 1), направленные вдоль осей x, y, и z соответственно. Это векторная величина.

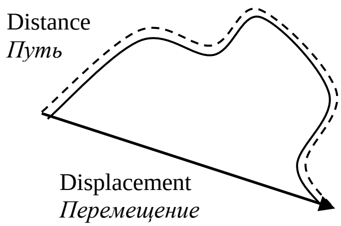
where *x*, *y*, and *z* are the Cartesian coordinates and $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ are the unit vectors (vectors of modulus = 1) along the *x*, *y*, and *z* coordinate axes, respectively. It is a vector quantity.

The magnitude of the vector radius $|\vec{r}|$ gives the distance between the point *P* and the origin.

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\,. \qquad (2)$$

Модуль радиус-вектора $|\vec{r}|$ определяет расстояние между точкой P и началом координат.

The magnitude of the vector radius $|\vec{r}|$ is measured in meters: $[\vec{r}] = \text{m}$.



Модуль радиус-вектора измеряется в метрах: $[\vec{r}] = \text{м}$.

Множество всех положений объекта с течением времени формирует его путь[1] *S и траекторию*[2].

В русском языке разграничены два понятия: путь и траектория.

[1] Путь определяет длину траектории.

[2] Траектория – это линия, которую описывает материальная точка при движении.

В английском языке нет существенных различий в этих понятиях.

The set of all positions taken by an object over time forms its distance S and trajectory.

Траектория может быть описана, путём задания трёх координат (x, y, z) как непрерывных функций времени.

A trajectory can be described by specifying three coordinates (x, y, z) as continuous functions of time.

Это обычно записывается в виде: $x = x(t)$; $y = y(t)$; $z = z(t)$

This is usually written as: $x = x(t)$; $y = y(t)$; $z = z(t)$.

Уравнение движения материальной точки является векторной функцией времени $\vec{r} = \vec{r}(t)$, *которая определяет кривую, описываемую материальной точкой при движении.*

The equation of motion of a mass point is a vector function of time $\vec{r} = \vec{r}(t)$, which defines the curve traced by a mass point's moving.

Пройденный путь всегда больше или равен модулю перемещения.

The distance traveled is always greater than or equal to the modulus displacement.

Путь измеряется в метрах: $[S] = \text{м}$. *Это скалярная величина.*

The distance is measured in meters: $[S] = \text{m}$. It is a scalar quantity.

1.1. Скорость и путевая скорость. *(Velocity and speed).*

Скорость – физическая величина, которая определяет, как быстро, и в каком направлении движется точка.

The velocity, physical quantity that designates how fast and in what direction a point is moving.

Скорость измеряется в метрах в секунду: $[\vec{\upsilon}] = \text{м/с}$

The velocity is measured in meters per second: $[\vec{\upsilon}] = \text{m/s}$.

Скорость материальной точки является векторной величиной.

The velocity of a mass point particle is a vector.

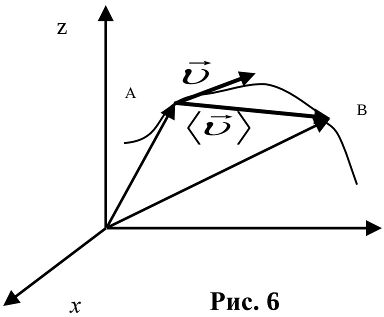


Рис. 6

Средняя скорость за некоторый промежуток времени – это отношение разности двух радиус векторов материальной точки, к интервалу времени.

The average velocity over that time interval is the ratio of the difference of two vector radius of a mass point, to the time interval.

Средняя скорость определяется как…
где $\Delta\vec{r}$ *изменение (приращение) радиус-вектора за промежуток времени* Δt.

This average velocity is defined as

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \qquad (3)$$

where $\Delta\vec{r}$ is the difference in the position vector over the time interval Δt.

В пределе интервал времени Δt *становится меньше и меньше, средняя скорость превращается в производную по времени от радиус-вектора (мгновенную скорость).*

In the limit as the time interval Δt becomes smaller and smaller, the average velocity becomes the time derivative of the position vector,

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,' = x'_p \cdot \vec{i} + y'_p \cdot \vec{j} + z'_p \cdot \vec{k}\,. \qquad (4)$$

The velocity is tangent to the trajectory of the mass point (fig. 6).

*Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории материальной точки (*Рис. 6*).*

Так как радиус-вектор зависит от выбора системы координат, следовательно, скорость так же зависит от выбора системы координат.

As a position vector itself is frame dependent, therefore its velocity is also dependent on the reference frame.

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon^2{}_x + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\ .$$

Путевая скорость материальной точки – это величина, равная абсолютному значению $|\vec{\upsilon}|$ *(модулю) мгновенной скорости.*

The speed of a mass point is the magnitude $|\vec{\upsilon}|$ of its velocity.

Это скалярная величина…:

It is a scalar quantity:

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \frac{dS}{dt}, \tag{5}$$

где s *это длина дуги, прочерченной материальной точкой в процессе её движения вдоль траектории.* ds/dt *является неотрицательным, это значит, что путевая скорость так же величина не отрицательная.*

where s is the arc-length measured along the trajectory of a mass point. ds/dt is non-negative, which implies that speed is also non-negative.

1.2. *Ускорение* (Acceleration)

Ускорение материальной точки – это вектор, определяющий быстроту измерения вектора скорости.

The acceleration of a mass point is the vector that defines the rate of change of the velocity vector.

Ускорение $\vec{a}$ *измеряется в метрах в секунду в секунду или в метрах в секунду в квадрате:* $[\vec{a}] = \text{м/с}^2$.

The acceleration $\vec{a}$ is measured in meters per second per second or meters per second squared: $[\vec{a}] = \text{m/s}^2$

Среднее ускорение определяется как изменение вектора скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ *за некоторый промежуток времени, делённое на величину этого промежутка (интервала времени)* Δt.

The average acceleration is defined as the change in the velocity vector $\Delta\vec{\upsilon}$ in a time interval, divided by the time interval Δt:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}. \tag{6}$$

Ускорение материальной точки можно определить как предел среднего ускорения, при стремлении временного интервала к нулю, который является производной по времени от скорости:

The acceleration of the mass point particle is the limit of the average acceleration as the time interval approaches zero, which is the time derivative of the velocity:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{\upsilon}' = \vec{r}'' = x''_p \cdot \vec{i} + y''_p \cdot \vec{j} + z''_p \cdot \vec{k}. \tag{7}$$

Таким образом, ускорение является второй производной по времени от радиус-вектора, определяющего траекторию частицы.

Thus, acceleration is the second derivative of the vector's position that defines the trajectory of a mass point.

2. *ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ* *(*RELATIVE MOTION)

2.1. *Вектор относительного положения (Перемещение))* Relative position vector (*Displacement*)

Если точка A *характеризуется радиус вектором* $\vec{r}_{\mathrm{A}} = (x_{\mathrm{A}}, y_{\mathrm{A}}, z_{\mathrm{A}})$, *а точка* B *характеризуется радиус вектор* $\vec{r}_{\mathrm{B}} = (x_{\mathrm{B}}, y_{\mathrm{B}}, z_{\mathrm{B}})$, *то перемещение* $\vec{r}_{\mathrm{BA}}$ *(*B *относительно* A) *задаётся:*

If A point is characterized by the vector radius $\vec{r}_{\mathrm{A}} = (x_{\mathrm{A}}, y_{\mathrm{A}}, z_{\mathrm{A}})$ and point B is chara cterized by the vector radius $\vec{r}_{\mathrm{B}} = (x_{\mathrm{B}}, y_{\mathrm{B}}, z_{\mathrm{B}})$, the displacement $\vec{r}_{\mathrm{BA}}$ of (B from A is given by):

$$\vec{r}_{\mathrm{BA}} = \vec{r}_{\mathrm{B}} - \vec{r}_{\mathrm{A}} = (x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{A}}, y_{\mathrm{B}} - y_{\mathrm{A}}, z_{\mathrm{B}} - z_{\mathrm{A}}). \tag{8}$$

Геометрически, вектор относительного положения $\vec{r}_{\mathrm{BA}}$ *(перемещения) является вектором, проведённым из точки* A *к точке* B.

Geometrically, the relative position vector $\vec{r}_{\mathrm{BA}}$ (displacement) is the vector from point A to point B.

Значения радиус-векторов точек могут изменяться в зависимости от выбора системы координат, однако, вектор относительного движения (перемещения) имеет одну и ту же длину, независимо от того, какая система координат используется.

The values of the vector radius of points can change according to the coordinate frame, however the relative position vector (displacement) has the same length no matter what coordinate frame is used.

2.2. *Относительная скорость* (Relative velocity)

Вектор средней скорости определяется как отношение вектора перемещения к интервалу времени, в течение которого это перемещение было осуществлено.

The vector of relative velocity is defined as the relations between relative positions to the time interval during which the displacement was done.

К примеру, если материальная точка B *движется со скоростью* $\vec{\upsilon}_B$ *и материальная точка* A *движется со*

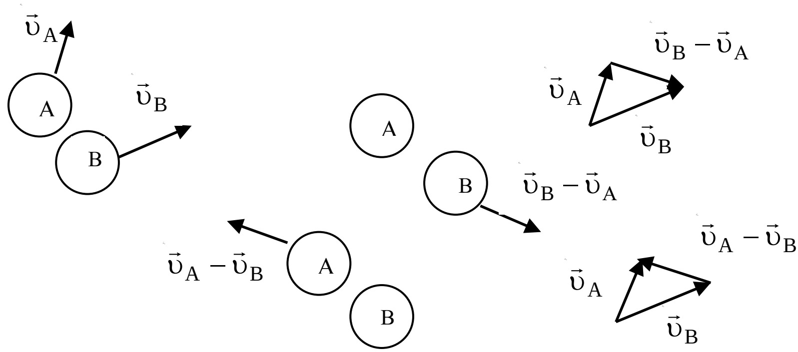


Рис. 7

скоростью $\vec{\upsilon}_A$ *в заданной системе отсчёта, тогда скорость* B *относительно* A *определяется:*

For example, if the mass point B moves with velocity $\vec{\upsilon}_B$ and the mass point A moves with velocity $\vec{\upsilon}_A$ in a given reference frame, then the velocity of B is relative to A given by:

$$\vec{\upsilon}_{BA} = \vec{\upsilon}_B - \vec{\upsilon}_A \, . \qquad (9)$$

Это же может быть получено с помощью производной по времени от вектора перемещения $\vec{r}_{\mathrm{BA}}$. *Вторая производная по времени даёт выражение для ускорения.*

This can be obtained by computing the time derivative of the vector $\vec{r}_{\mathrm{BA}}$'s relative position. The second time derivative yields relation for acceleration.

Это уравнение задаёт формулу для скорости материальной точки B *через скорость* A *и их относительную скорость:*

This equation provides a formula for the velocity of the mass point B in terms of the velocity of A and their relative velocity:

$$\vec{\upsilon}_{\mathrm{B}} = \vec{\upsilon}_{\mathrm{A}} + \vec{\upsilon}_{\mathrm{BA}} . \qquad (10)$$

3.*ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ* (MOTION OF A MASS POINT WITH A CONSTANT ACCELERATION)

Если вектор ускорения $\vec{a}$ частицы P является постоянным по абсолютному значению и направлению, про частицу говорят, что она движется равноускорено.

If the acceleration vector $\vec{a}$ of a particle *P* is constant in magnitude and direction, the particle is said to be undergoing uniformly accelerated motion.

Уравнение траектории материальной точки может быть получено с помощью интегрирования ускорения $\vec{a}$ по времени.

A trajectory of the mass point can be obtained by integrating the acceleration $\vec{a}$ with respect to time.

Первый интеграл задаёт скорость материальной точки, второе интегрирование задаёт её траекторию (уравнение движения)

The first integral yields the velocity of the mass point, the second integration yields its trajectory.

$$\upsilon_x(t) = \int_0^t a_x dt = a_x t + \upsilon(0)\,, \qquad \textbf{(11)}$$

Иногда бывает полезно использовать дополнительные соотношения между перемещением, скоростью, ускорением и временем.

Additional relations between displacement, velocity, acceleration and time can be derived.

$$x(t) = \int_0^t \upsilon_x \cdot dt = \int_0^t (\upsilon_x(0) + a_x \cdot t) \cdot dt = \upsilon_x(0) \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2} + x(0) \qquad \textbf{(12)}$$

Since (Так как)

$$\vec{a} = (\frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0}{t}) \;\; => \;\; \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + (\frac{\vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_0}{2}) \cdot t \, .$$

Данное уравнение означает, что при постоянном ускорении произведение средней скорости на время равно перемещению.

This equation states that in constant acceleration, average velocity times the time equals displacement.

Уравнение, исключающее временную зависимость, можно вывести с использованием соотношения

The equation without explicit time dependence may also be derived using the relation.

$$\vec{a} \cdot t = \vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0 \, ,$$

$$(\vec{r} - \vec{r}_0)\vec{a} \cdot t = (\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0) \cdot \frac{\vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_0}{2} \cdot t \, .$$

Разделите обе части на время и раскройте скобки для получения:

Divide both sides by *t* and expand the dot-products to obtain:

$$2 \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)\vec{a} = \vec{\upsilon}^2 - \vec{\upsilon}_0{}^2 \, .$$

В случае прямолинейного движения, когда $\vec{r}$ *и* $\vec{r}_0$ *параллельны* $\vec{a}$*, данное уравнение принимает вид:*

In the case of straight-line motion, where $\vec{r}$ and $\vec{r}_0$ are parallel to $\vec{a}$, this equation becomes:

$$|\vec{\upsilon}|^2 = |\vec{\upsilon}_0|^2 + 2 \cdot (|\vec{r}| - |\vec{r}_0|)|\vec{a}|$$

Это (выражение) можно упростить, используя обозначения $|\vec{a}| = a$ *,* $|\vec{\upsilon}| = \upsilon$*, и* $|\vec{r}| = r$ *, таким образом:*

This can be simplified using the notation $|\vec{a}| = a$, $|\vec{\upsilon}| = \upsilon$, and $|\vec{r}| = r$, so

$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a(r - r_0).$$

Это соотношение полезно, когда время не известно.

This relation is useful when time is not known.

4. *ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ* *(*CIRCULAR MOTION*)*

4.1. *Равномерное вращательное движение (*Uniform circular motion*)*

Равномерное вращательное движение можно описать как движение материальной точки по окружности с постоянной скоростью.

Uniform circular motion can be described as the motion of a mass point in a circle at a constant speed.

Если материальная точка движется по окружности, она постоянно меняет своё направление.

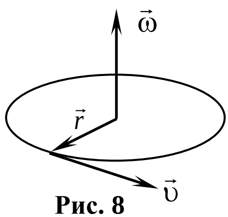


Рис. 8

If a mass point moves in a circle, it constantly changes its direction.

*Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории (*Рис. 8*).*

The velocity is always tangent to the trajectory.

A mass point moving in a circle is accelerating. Being accelerated the object changes its velocity - either the speed (i.e., magnitude of the velocity vector) or the direction.

Материальная точка во время движения по кругу ускоряется. Двигаясь ускоренно, объект меняет либо свою путевую скорость (т.е. модуль вектора скорости), либо направление.

A mass point undergoing uniform circular motion is moving with a constant angular and linear speed. Nonetheless, it is accelerating due to its change in direction.

Материальная точка, равномерно вращающаяся по окружности, движется с постоянной угловой и линейной (путевой) скоростью. Тем не менее, она движется ускоренно в связи с изменением её направления движения.

The acceleration points radially inwards and is perpendicular to the velocity.

Ускорение точки направлено радиально к центру окружности и перпендикулярно скорости.

Это ускорение называется центростремительным (нормальным) ускорением.

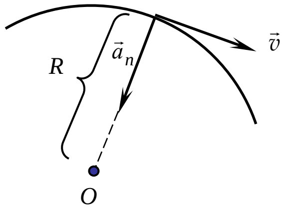


Рис. 9

This acceleration is known as centripetal acceleration.

Модуль центростремительного (нормального) ускорения:

The magnitude of the centripetal acceleration:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}, \tag{13}$$

где R – радиус кривизны траектории.
where R is the radius of the trajectory.

Нормальное (центростремительное) ускорение характеризует изменение скорости по направлению.

Centripetal acceleration characterizes the variation of velocity in direction.

4.2. *Угловая скорость* (Angular velocity)

Средняя угловая скорость $\langle\vec{\omega}\rangle$ *определяется как изменение вектора углового перемещения* $\Delta\vec{\varphi}$ *за некоторый промежуток времени, делённое на интервал времени* Δt *(величину этого промежутка):*

The average angular velocity $\langle\vec{\omega}\rangle$ is defined as the change in the angular position $\Delta\vec{\varphi}$ in a time interval, divided by the time interval Δt:

$$\langle\vec{\omega}\rangle = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}.$$

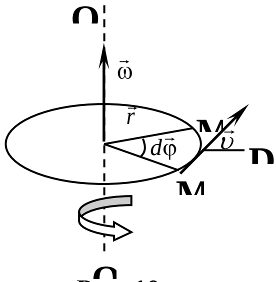


Рис. 10

Угловую скорость материальной точки (мгновенную) можно определить как предел средней угловой скорости $\langle\vec{\omega}\rangle$ *при стремлении временного интервала к нулю, который является производной по времени от углового перемещения* $\vec{\varphi}$*:*

The angular velocity of the mass point particle is the limit of the average angular velocity $\langle\vec{\omega}\rangle$ as the time interval approaches zero, which is the time derivative of the angular position $\vec{\varphi}$:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \qquad \textbf{(14)}$$

$\vec{\omega}$ - *измеряется в радианах в секунду:* $[\vec{\omega}] = \text{рад/с}$

$\vec{\omega}$ - measured in radians per second: $[\vec{\omega}] = \text{rad/s}$.

Направление вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ *вдоль оси вращения определяется правилом правой руки.*

The direction of the angular velocity's vector $\vec{\omega}$ pointing along the axis is determined by the right-hand rule.

Первая производная от углового перемещения по времени даёт угловую скорость $\vec{\omega}$ *материальной точки.*

The first derivative of the angular position with respect to *t* yields the angular velocity $\vec{\omega}$ of the mass point.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega dt = \omega t + \varphi_0, \quad \text{(\textit{угловое перемещение})} \qquad \textbf{(15)}$$

φ - *измеряется в радианах*. / measured in radians

4.3. ***Взаимосвязь между угловыми и линейными величинами*** ***(*Links between angular and linear quantities*)***

Путь точки, движущейся по окружности радиусом r, выражается соотношением:

The path of the point moving along the circle radius *r*, is yield by:

$$dS = r \cdot d\varphi .$$

Таким образом, модуль скорости движения по окружности это:

Therefore, the speed of travel around the circumference is:

$$\upsilon = r\frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \omega ,$$

где $\vec{\omega}$ *угловая скорость. (С помощью преобразования:* $\omega = \upsilon / r$*.)*

where the angular rate of rotation is $\vec{\omega}$. (By rearrangement: $\omega = \upsilon / r$.)

Вектор скорости $\vec{\upsilon}$ *вращается с постоянным по модулю значением* υ *и с угловой скоростью* $\vec{\omega}$*.*

The velocity vector $\vec{\upsilon}$ rotates with constant magnitude υ and with the angular rate $\vec{\omega}$.

Период равномерного вращательного движения T по окружности равен времени, необходимого телу для осуществления одного полного оборота:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} . \qquad \textbf{(16)}$$

The period of a uniform circular motion T is the constant time taken by the body to perform one complete revolution:

Число оборотов, совершаемых телом за одну секунду, называется частотой ν .

The number of revolutions performed by the body in one second is referred to as the frequency ν .

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} , \qquad \textbf{(17)}$$

ν – *измеряется в герцах:* $[\nu] = \text{Гц}$.

ν – measured in hertz*:* $[\nu] = \text{Hz}$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} ,$$

5. *ВРАЩАТЕЛЬНОЕ НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ* (CIRCULAR NON-UNIFORM MOTION)

В случае неравномерного вращательного движения, центростремительное ускорение всегда может быть рассчитано, как $a_n = \frac{\upsilon^2}{r}$ *и оно направлено к центру окружности.*

In non-uniform circular motion, the radial acceleration can always be calculated as $a_n = \frac{\upsilon^2}{r}$ and it is pointed towards the center of the circle.

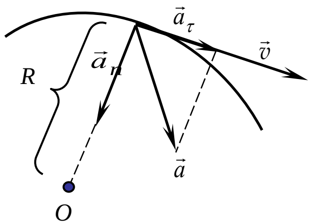


Рис. 11

Тангенциальное ускорение является первой производной скорости $\vec{\upsilon}$ *по времени* t**:**

The tangential acceleration is the first derivative of velocity $\vec{\upsilon}$ with respect to t.

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$$

Полное мгновенное ускорение можно разделить на две части: центростремительное ускорение, отвечающее за изменение направления скорости, и касательное (тангенциальное), отвечающее за изменение скорости по величине.

Total instantaneous acceleration can be divided into two components: a centripetal radial, due to the variation of velocity in direction, and a tangential due to the variation of magnitude of the velocity.

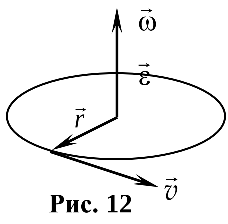


Рис. 12

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_t}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_n}{\Delta t} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \,.$$

Модуль полного мгновенного ускорения:

The modulus of total instantaneous acceleration is:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}$$

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ *– это первая производная от угловой скорости* $\vec{\omega}$ *по времени t:*

The angular acceleration $\vec{\varepsilon}$ is the first derivative of angular velocity $\vec{\omega}$ with respect to *t*:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \,.$$

Угловое ускорение измеряется в радианах в секунду в квадрате: $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$

The angular acceleration $\vec{\varepsilon}$ is measured in radians per second squared: $[\varepsilon] = \text{rad/s}^2$.

Первый интеграл даёт угловую скорость ω *материальной точки, второе интегрирование – её угловое перемещение* ε.

The first integral yields the angular velocity ω of the mass point, the second integration yields its angular position ε.

$$\omega(t) = \int_0^t \varepsilon dt = \varepsilon t + \omega(0) \,,$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega \cdot dt = \int_0^t \big(\omega(0) + \varepsilon \cdot t\big) dt = \omega(0) \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} + \varphi(0) \,.$$

6. *КРАТКИЕ ВЫВОДЫ (*RESUME*)*

Равномерное движение (Uniform motion*)*

1. *Поступательное движение* (Translation motion.*):*

$$x(t) = \int_0^t \upsilon_x dt = \upsilon_x t + x(0)$$

– *объект движется вдоль прямой линии*.

– an object moves along a straight line.

2. *Вращательное (*Circular motion*):*

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega dt = \omega t + \varphi(0)$$

Движение с постоянным ускорением (Motion with a constant acceleration*)*

1. *Поступательное движение* (Translation motion*):*

$$\upsilon_x(t) = \int a_x dt = a_x t + \upsilon_x(0)$$

$$x(t) = \int_0^t \upsilon_x \cdot dt = \int_0^t (\upsilon_x(0) + a_x \cdot t) \cdot dt = \upsilon_x(0) \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2} + x(0)$$

– *объект движется вдоль прямой линии*.

– an object moves along a straight line.

2. *Вращательное движение (*Circular motion*):*

$$\omega(t) = \int_0^t \varepsilon \cdot dt = \omega(0) + \varepsilon \cdot t$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega \cdot dt = \int_0^t \left(\omega(0) + \varepsilon \cdot t\right) dt = \omega(0) \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} + \varphi(0)$$

7. *УПРАЖНЕНИЯ (*EXERCISES*)*

1. *Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = – 0{,}5$ м/с^3. Найдите координату x, скорость υ_x и ускорение a_x точки в момент времени $t = 2$ с.*

The equation of motion of a material point along the x-axis has the form $x = A + Bt + Ct^3$, where $A = 2$ m, $B = 1$ m/s, $C = -0.5$ m/s^3. Find the x-coordinate, speed and acceleration a_x of the point at time $t = 2$ s.

2. *Напишите уравнение траектории точки, если её радиус-вектор относительно начала координат изменяется со временем:* $\vec{r} = 2t\vec{i} + 8t^2\vec{j}$.

Write the equation for the trajectory of a point if its radius vector relative to the origin changes with time: $\vec{r} = 2t\vec{i} + 8t^2\vec{j}$.

3. *Радиус-вектор частицы:* $\vec{r} = 3t\vec{i} + 0{,}5t^2\vec{j}$. *Определить модули скорости и ускорения частицы в момент t = 5 с.*

Radius vector of the particle: $\vec{r} = 3t\vec{i} + 0{,}5t^2\vec{j}$. Determine the moduli of the velocity and acceleration of the particle at the moment $t = 5$ s.

4. *Координаты двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = 20 + 2t - 4t^2$ и $x_2 = 2 + 2\,t + 0{,}5t^2$. В какой момент времени, проекции скоростей этих материальных точек будут одинаковыми? Чему будут равны скорости и ускорения этих точек в этот момент?*

The coordinates of two material points are expressed by the equations: $x_1 = 20 + 2t - 4t^2$ and $x_2 = 2 + 2\,t + 0{,}5t^2$. At what point in time, the projections of the velocities of these material points will be the same? What will be the velocities and accelerations of these points at this moment?

5. *Материальная точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени задаётся уравнением* $S = 5 - 2t + t^2$. *Найти скорость материальной точки, её тангенциальное, нормальное и полное ускорения через 3 с после начала движения, если известно, что нормальное ускорение точки через 2 с равно 0,5 м/с*^{2}.

A material point moves along a circle in such a way that the time dependence of the path is given by the equation $S = 5 - 2t + t^2$. Find the velocity of the material point, its tangential, normal and full acceleration 3 s after the start of motion, if it is known that the normal acceleration of the point after 2 s is 0.5 m/s^2.

6. *Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что* $\varphi = 10 - 4t^2 + t^3$, *где* φ *– угол поворота тела относительно оси (угловое перемещение). В какой момент времени угловая скорость вращения будет равна 12 рад/с? Чему равно угловое ускорение в этот момент времени?*

The body rotates around a fixed axis so that $\varphi = 10 - 4t^2 + t^3$, where φ is the angle of rotation of the body relative to the axis (angular displacement). At what point in time will the angular velocity of rotation be equal to 12 rad/s? What is the angular acceleration at this moment in time?

7. *Колесо, вращаясь равноускорено, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.*

The wheel, rotating uniformly accelerated, reached an angular velocity of 20 rad/s after 10 revolutions after the start of rotation. Find the angular acceleration of the wheel.

8. *Материальная точка движется прямолинейно с ускорением* $a = 5$ *м/с*^{2}. *Определите на сколько путь,*

пройдённый точкой в n-*ю секунду, будет больше пути, пройдённого в предыдущую секунду. Принять* $\upsilon(0) = 0$.

A material point moves in a straight line with an acceleration a = 5m/s^2. Determine how much the path traveled by the point in the nth second will be greater than the path traveled in the previous second. Accept $\upsilon(0) = 0$.

9. *Постройте график* $S(t)$ *и* $a(t)$, *если график скорости представлен на* Рис. 13.

Plot $S(t)$ and $a(t)$ if the speed graph is shown in fig. 13.

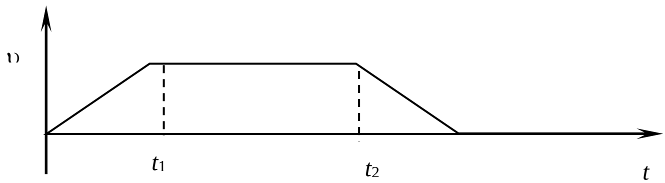


Рис. 13

10. *Автомобиль начал движение с ускорением 0,1 м/с*^{2}. *Достигнув скорости 54 км/ч, он двигался равномерно и прямолинейно в течение 3 минут, затем, затормозив, проехал до остановки 80 м. Постройте графики* $S(t)$, $\upsilon(t)$ *и* $a(t)$. *Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути.*

The car started moving with an acceleration of 0.1 m/s^2. Having reached a speed of 54 km/h, it moved evenly and straight for 3 minutes, then, having braked, it drove to a stop of 80 m. Plot graphs $S(t)$, $\upsilon(t)$ and $a(t)$. Find the average speed of the car for the whole journey.

11. *Тело прошло первую половину пути за время* $t_1 = 2$ *с, вторую – за время* $t_2 = 8$ *с. Определить среднюю путевую скорость* $\langle\upsilon\rangle$ *тела, если длина пути* $S = 20$ *м.*

The body passed the first half of the way in the time $t_1 = 2$ s, the second - in the time $t_2 = 8$ s. Determine the average ground speed $\langle\upsilon\rangle$ of the body if the path length S = 20 m.

12. *В течение времени скорость тела задаётся уравнением вида* $\upsilon = A + Bt + Ct^2$ $(0 \le t \le \tau)$. *Определите среднюю скорость за промежуток времени* τ.

During the time, the speed of the body is given by an equation of the form $\upsilon = A + Bt + Ct^2$ $(0 \le t \le \tau)$. Determine the average speed for the time interval τ.

13. *Между двумя пунктами, расположенными на реке на расстоянии S = 100 км один от другого, ходит катер. Катер проходит это расстояние по течению за время* $t_1 = 4$ *часа, а против течения – за время* $t_2 = 10$ *часов. Определить скорость течения реки* $\upsilon_р$ *и* $\upsilon_к$ *– скорость катера относительно воды.*

Between two points located on the river at a distance of S = 100 km from one another, a boat runs. The boat travels this distance downstream in $t_1 = 4$ hours, and upstream in t_2=10 hours. Determine the speed of the river flow υ_p and $\upsilon_к$ - the speed of the boat relative to the water.

14. *Человек может плыть в стоячей воде на весельной лодке со скоростью 6,4 км/ч, если он пересекает реку, где скорость течения 3,2 км/ч, то какое направление он должен выбрать для лодки, если желает достигнуть точки, прямо противоположной той, откуда он отплыл?*

A person can swim in still water in a rowing boat at a speed of 6.4 km/h, if he crosses a river where the speed of the current is 3.2 km/h, then which direction should he choose for the boat if he wants to reach a point straight opposite to the one from which he sailed?

15. *Тело бросили с начальной скоростью* $\upsilon_o = 100$ *м/с под углом* 30^o *к горизонту. Определить максимальную высоту подъёма* H_{max} *и дальность полёта* S_{max} *тела.*

The body was thrown with an initial speed υ_o = *100* m/s at an angle of 30^o to the horizon. Determine the maximum lifting height H_{max} and the flight range S_{max} of the body.

Табл. 2

Dictionary	***Словарь***
Автомобиль	Car, automobile
Колесо	Wheel
На реке	On the River
По течению	Downstream
Катер	Boat; pinnace
Против течения	Against the Stream;
На весельной лодке	On a rowing boat
В стоячей воде	In standing water; in still water
Между двумя пунктами	Between two points; between two places
10 оборотов	10 rotations
Тело бросили	Body was thrown
...под углом 30^0	…at an angle of 30 degrees
...к горизонту	…to the horizontal
Высота подъёма	Lift height
Дальность полёта	Flying range

*СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (***REFERENCES***)*

1. Варшавский С. П., Макасюк И. В., Рязанцева О.Л., Смирнова Н.Н. Общая физика. Механика. Сборник задач. СПб.: СПГГИ, 2000.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: Высшая школа, 2009.
3. Мустафаев А.С., Варшавский С.П., Корольков А.П. Физика. Практические занятия. Учебное пособие. //, СПб.: СПГГИ (ТУ), 2005, 119 С.
4. Савельев И.В. Курс физики. Т. 1-3. СПб., М.: Издательство «Лань», 2008
5. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2009.
6. Федеральный портал «Российское образование» http://www.edu.ru/ (Дата обращения 9.03.2023)
7. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов» http://school-collection.edu.ru/ (Дата обращения 2.03.2023)
8. Richard Moore B.Sr. The pocket professor. Over 1000 physics formulae. Mechanics, thermodynamics, electromagnetism, optics. College Lane Publishers, 1984

Табл. 3

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ
FUNDAMENTAL PHYSICAL CONSTANTS

Название	Names	*Symbol Обозна-чение*	*Value Значение*	*Unit*	*Единица*
Скорость света	Speed of light	*C*	$2{,}9979 \cdot 10^{8}$	*M/s*	*M/c*
Гравитаци-онная постоянная	Gravitational constant	*G*	$6{,}6726 \cdot 10^{-11}$	$N \cdot m^{2}/kg^{2}$	$Н \cdot м^{2}/кг$
Постоянная планка	Planck's constant	*H*	$6.6261 \cdot 10^{-34}$	$J \cdot s$	$Дж \cdot с$
Масса электрона	Mass of electron	M_e	$9{,}1093 \cdot 10^{-31}$	*Kg*	*Кг*

СОДЕРЖАНИЕ **(CONTENTS)**