

**Б.Д. КЛИМЕНКОВ, К.Л. ЛЕВИН, Д.В. РЯБОКОНЬ,
В.А. ЖУКОВ, В.Ю. ЗАХАРОВ**

**ЭЛЕКТРОСТАТИКА ДЛЯ
АНГЛОГОВОРЯЩИХ СТУДЕНТОВ
Часть 1. ОТ ЗАКОНА КУЛОНА ДО
ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Методические указания

Издательство

Научный Импакт

Санкт-Петербург

2023

**Электростатика для англоговорящих студентов.
Часть 1. От закона Кулона до эквипотенциальных
поверхностей.**

Методические указания

Методические указания по электростатике является частью цикла методических указаний по физике, предназначенных для абитуриентов, обучающихся на подготовительном отделении и владеющих английским языком, а также иностранных студентов первого курса университета. Содержатся теоретические сведения и примеры задач, призванных способствовать самостоятельной работе учащихся в качестве внеаудиторного чтения. Изложение материала ведется на русском и английском языках. Разделение на две части связано с тем, что основные законы электростатики рассмотрены сначала на понятийном и школьно-теоретическом уровне, затем осуществлен плавный переход к корректному теоретическому описанию и осмыслению основных законов электростатики.

© Все права защищены. Ни одна из частей этой книги не может быть воспроизведена, сохранена в воспроизводящем устройстве или передана в электронном, электростатическом, магнитном, ленточном, механическом фотокопирующем устройстве без письменного разрешения.

Рецензенты:

П.Я. Крауинш, Томский политехнический университет

В.К. Дьяконов, Физико-технический институт имени Иоффе.

Тех. редактор и оформление: К.Л. Левин

Художник: Ирина Быкова-Голдовская

Борис Клименков, Кирилл Левин, Дарья Рябоконе, Виктор Жуков, Виталий Захаров, Военная академия связи имени маршала Советского Союза С.М Буденного, кафедра физики.

Опубликовано издательством Научный Импакт, Санкт-Петербург, РФ.

Email: impact_press@hotmail.com

© Научный импакт , СПб, РФ, 2023

УДК 531/534 (075.83)

ВВЕДЕНИЕ (*INTRODUCTION*)

Методическое пособие охватывает базовую часть основ электростатики и отвечает требованиям программ ВУЗов, где физика не является специализированным предметом. Предназначено для облегчения ускоренного изучения русского языка нерусскоязычными учащимися, а также для облегчения изучения фундаментальных принципов физики в этой предметной области. По ходу текста, определения и объяснения на русском дублируются английским переводом. По мере продвижения к концу пособия, количество дублирующих подсказок уменьшается в предположении, что учащиеся преуспели в понимании материала на языке обучения.

Издание является переработкой и дополнением пособий, выпущенных ранее^{1,2}. В первой части рассматриваются закон Кулона, электрическое поле, напряженность, потенциал, энергия системы зарядов.

The methodical recommendations cover the basic part of electrostatics and satisfy high school requirements, where physics is not a specialty discipline. They are designed to facilitate the accelerated learning of the Russian language for non-Russian speaking students while also facilitating learning fundamental principles of physics within this subject area. Throughout the text, definitions and explanations are doubled in English. Progressively through the text, the amount of translations decreases in assumption that students have acquired proficiency in material they learn in the language of teaching.

1. Левин, К. Л. Физика. Электростатика, Т. В. Стоянова, Ю. И. Кузьмин ; Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург. 2019. – 88 с. – ISBN 978-1-9850-6686-1. – EDN ZBXHOH.

2. Levin, K. L. Basics of Electrostatics. Tutorial with problems and examples / K. L. Levin. – Charleston : Science Impact, 2020. – 84 p. – ISBN 979-8-6769-5487-1. – EDN VWVVZB.

Табл. 1

Обозначение (<i>Symbol</i>)	Название	<i>Name</i>
F	сила	<i>force</i>
q	заряд	<i>charge</i>
r	расстояние	<i>distance</i>
E	напряженность электрического поля	<i>electric field</i>
A	работа по перемещению заряда	<i>work of transferring charge</i>
σ	поверхностная плотность заряда	<i>surface charge density</i>
W	энергия	<i>energy</i>
φ	разность потенциалов	<i>potential between two points</i>
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	единичные (базисные) векторы осей координат x, y, z	<i>unit vectors of axes x, y, z</i>
∇	оператор набла	<i>nabla operator</i>
C	емкость	<i>capacitance</i>
V	объем	<i>volume</i>
Φ	поток электрического поля	<i>electric field flux</i>
div	дивергенция	<i>divergence</i>
λ	линейная плотность заряда	<i>linear charge density</i>

ПРЕДМЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ (*SUBJECT OF ELECTROSTATICS*)

Сложно сказать какие опыты навели человечество на мысль о существовании электрических зарядов. Возможно этому послужили опыты с янтарем, обладающим, говоря современным языком, способностью к электризации. Этот опыт легко повторить в домашних условиях. Если натереть кусочек янтаря тканью, к нему будут притягиваться мелкие диэлектрические предметы, например клочки бумаги.

It is not entirely clear which specific experiments have contributed to mankind's understanding of the existence of electric charges. However, it is believed that experiments involving amber may have played a significant role in this discovery. In modern terms, amber has the ability to become electrified. This experiment can be easily replicated at home by rubbing a piece of amber with wool, resulting in the accumulation of an excessive electric charge. This charge, in turn, causes an attractive force between small dielectric objects, such as scraps of paper, and the electrified piece of amber.

Так же явление электризации можно наблюдать при ношении одежды, в состав которой входит синтетика. При ношении такой одежды между вами и окружающими предметами могут проскакивать искры.

The phenomenon of electrification can be observed when wearing clothing made of synthetic materials. In such cases, sparks may occur between the wearer and surrounding objects.

Сами по себе указанные опыты еще не свидетельствуют о наличии в природе электрических зарядов. Скорее, они могут наводить на подобные мысли.

However, these phenomena alone cannot be considered conclusive evidence for the existence of electric charges in nature. Instead, they may give rise to thoughts and hypotheses.

Если попросить студентов объяснить опыт с янтарем, можно услышать примерно следующее. «При трении янтаря тканью, электроны переходят с янтаря на ткань. И поэтому, поскольку разноименные заряды притягиваются, к кусочку янтаря (или эбонитовой палочке, или расческе, если опыт проводить не с янтарем, а с эбонитовой палочкой или расческой) будут притягиваться... кусочки бумаги» Хотя в начале курса «Электричество и магнетизм» студенты еще «официально» не знакомы с понятием электрического заряда и условиями взаимодействия зарядов, у студентов есть подобные знания из школьного курса физики и источников информации по элементарной физике, таких, как научно-популярная литература и интернет. Поэтому студенты думают, что могут объяснить этот на первый взгляд простой опыт «с бумажками». На самом деле в предлагаемом объяснении содержится логическое несоответствие. Если электроны переходят с янтаря на ткань (что соответствует действительности), то почему к янтарю притягиваются электрически незаряженные кусочки бумажки? Заряды вряд ли смогли перейти с ткани на эти кусочки, потому что как ткань, так и бумага обладает очень высоким электрическим сопротивлением. Следовательно, предлагаемое студентами объяснение является неверным.

Without knowledge of the laws of electrostatics, students often hypothesize about the experiment involving amber: "When amber is rubbed with wool, electrons move from one piece to another. Opposite charges attract. Therefore, according to Coulomb's law, amber (or an ebonite or glass stick, if the experiment is conducted with them) would attract scraps of paper." However, electrostatics extends beyond just Coulomb's law, and this hypothesis fails logical testing. If charges are transferred between amber and wool, why do electrically uncharged scraps of paper attract to amber? Charges are

unlikely to move from wool to paper, as both materials are insulators, meaning they possess such high electrical resistance that virtually no electrical conductivity occurs through them. If that is the case, why does amber attract electrically uncharged scraps of paper? Consequently, the hypothesis provided is incorrect.

С правильным объяснением данного явления мы познакомимся в процессе изучения электростатики.

Correct explanation of amber experiment will be provided further in this book.

Электростатикой называется раздел физики, занимающийся изучением стационарных (не зависящих от времени) электрических полей, созданных неподвижными (в лабораторной системе отсчета) зарядами.

Electrostatics is a branch of physics that focuses on stationary (time independent) electric charges and the fields they create at the rest.

Взаимодействие неподвижных электрических зарядов (*Interaction between static electric charges*)

Экспериментальное подтверждение существования электрических зарядов следует из закона Кулона. Для того, чтобы провести опыт Кулона, необходимо, получить электрические заряды. Одним из способов их получения является опыт с янтарем. В лабораторных условиях для получения, а точнее, разделения электрических зарядов используют устройство, называемое электрофорной машиной (ЭМ).

The existence of electric charges is supported by experimental evidence, as demonstrated by Coulomb's law. Furthermore, their discrete nature was demonstrated in Millikan's experiment [1]. To conduct Coulomb's experiment, it is necessary to separate electric charges. One method to achieve this separation historically involved friction between amber and

wool. In scholarly laboratories, a popular device used for this purpose is the Wimshurst machine (WM).

Опыт по разделению зарядов (*Charge separation experiment*)

Экспериментально разделение зарядов трением реализовано в ЭМ (Рис. 1). Именно такое устройство для разделения зарядов пользовалось до конца XVIII века в технических источниках тока. диски ЭМ приводятся во вращение в противоположных направлениях. На дисках нанесены металлические полоски, заряд с которых снимают неподвижно закреплённые кисточки. Конструкция машины позволяет снимать заряд таким образом, чтобы положительный и отрицательный заряды накапливались на разных обкладках конденсатора, представляющего в нашем случае т. н. лейденскую банку.

Charge separation experiments, such as with WM shown in Puc. 1, were popular as systems for separating electric charges until the late XVIII century. In the WM, dielectric discs rotate in opposite directions and carry metallic bars that make contact with metallic brushes. Metal strips are deposited on the discs, and the charges from the rotating discs are removed by static brushes. The design of the machine enables the separation of positive and negative charges onto different plates of a capacitor, known as the Leyden jar.

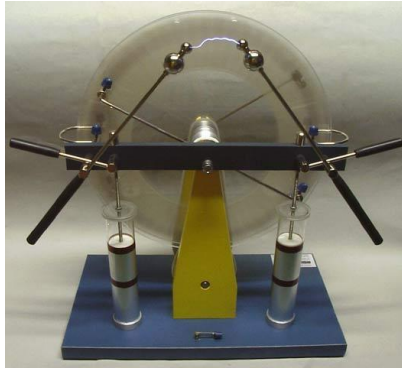


Рис. 1. Электрофорная машина (*Electrophori machine. Wimshurst machine*)

Простейшая **Лейденская банка** выглядит как стеклянный цилиндр, одна из образующих которого обвёрнута листом металлической фольги. Система, состоящая из двух лейденских банок представляет собой обычный электрический конденсатор, в котором заряд одного знака накапливается на одной, а противоположного – на другой обкладке, разделенных диэлектриком. В данном примере механическая энергия преобразуется в электрическую энергию. Объяснение работы ЭМ явления изложено во второй части, после объяснения задействованных в его природе физических законов.

***Leyden jar** is a glass cylinder, one of the walls of which is wrapped in a sheet of metal foil. The system consisting of two Leyden jars is a conventional electric capacitor, in which charge of one sign accumulates on one, and opposite - on the other plate, separated by a dielectric. In this example, the mechanical energy is converted into electrical energy. An explanation of the work of the WM phenomenon is described in the second part, after phenomenon's on which it is based are explained.*

Если подсоединить к разным полюсам лейденской банки провода и сблизить их концы, заряды начнут

переходить с одного провода на другой. Такой процесс в воздухе сопровождается образованием искры и характерным треском (Рис. 1).

When wires are connected to the opposite poles of the Leyden jar and their ends are brought close together, charges will start to transfer from one wire to the other. In the air, this process is accompanied by the formation of a spark and a characteristic crackling sound.

Электрические заряды, полученные с помощью ЭМ, можно использовать для постановки опыта Кулона.

Electric charges, obtained with the help of WM, can be utilized for conducting Coulomb's experiment.

Эксперимент Кулона (*Coulomb's experiment*)

Рассмотрим два проводящих шарика. Один из них неподвижно зафиксирован, другой уравновешен на упругой нити так, что в уравновешенном состоянии соприкасается с первым (Рис. 2). Шарика будем считать абсолютно одинаковыми. Сообщим одному из шариков электрический заряд, например снятый с Лейденской банки. Заряды распределяться между ними одинаково. К примеру, если на первый перешло 1000 электронов, то после соприкосновения на обоих будет по 500. И тут будем наблюдать то, что наблюдал Кулон. Одноименно заряженные шарики начнут отталкиваться. Силу, с которой они отталкиваются, легко найти, зная вращательную упругость нити. Окажется, что сила, с которой шарики отталкиваются, обратно пропорциональна квадрату расстояния между центрами шариков. Видоизменим опыт. Учитывая, что заряды на Лейденских банках в точности равны и противоположны по знаку, передадим разным шарикам разноименные заряды с разных Лейденских банок. Предварительно добьемся того, чтобы равновесному положению соответствовало некоторое угловое расстояние

меду шариками. Тогда нить, на которой подвешен второй шарик, закрутится на некоторый угол, указывая на притяжение шариков, сила которого будет обратно пропорциональна квадрату расстояния, так же как и в первом случае – сила отталкивания.

Coulomb's experiment involves two electrically conducting balls. One of them is fixed in place, while the other is suspended by an elastic filament, allowing it to be in contact with the first ball. The balls are considered identical. Let's charge one of the balls, for instance, using the Leyden jar. The charges will distribute equally between the balls. For example, if 1000 electrons were initially present, after contact, both balls will have 500 electrons. We can then observe what Coulomb observed: the like-charged balls will repel each other. The repulsive force can be determined by knowing the torsional elasticity of the filament. It turns out that the repulsive force between the balls is inversely proportional to the square of the distance between their centers. We can modify the experiment by transferring opposite charges from different Leyden jars to the balls. We ensure that the equilibrium position corresponds to a specific angular distance between the balls. Then, by twisting the filament on which the second ball hangs, we can measure the attraction force between the balls. This attraction force will also be inversely proportional to the square of the distance between their centers, just like in the first case.

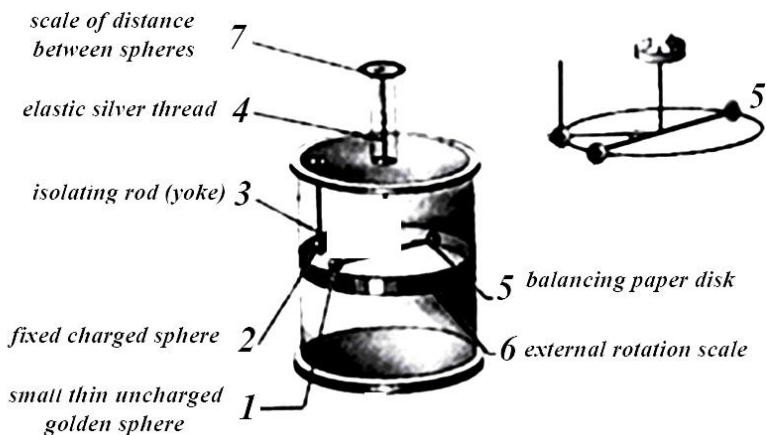


Рис. 2. Схематическое изображение опыта Кулона: 1 – маленькая тонкая незаряженная золотая сфера; 2 – неподвижная заряженная сфера; 3 – изолирующий стержень (коромысло); 4 – упругая серебряная нить); 5 – уравнивающий бумажный диск; 6 – наружная шкала угла поворота; 7 – шкала расстояния между сферами (*Schematic representation of Coulomb's experiment*)

Задумаемся о носителях заряда в первом и втором из рассматриваемых случаев. Носителем отрицательного заряда является электрон. Понятие «электрон» как неделимая частица ввел электрохимик Дж. Стоуни в 1894 г., обнаружен он был позже: в 1897 г. Э. Вихертом и Дж. Томсоном. Немного забегаая вперед отметим, что такой «удобной» частицы, как электрон, для переноса положительного заряда не существует. Положительный заряд несет в себе так называемый «протон», который достаточно трудно привести в движение. Почему же можно говорить о перетекании положительного заряда? Да просто потому, что перетекание в одну сторону (например слева направо) отрицательного заряда равносильно перетеканию в противоположную сторону (справа налево) положительного заряда.

Let's consider the charge carriers in the two cases we discussed. The carrier of a negative charge is an electron. The concept of the "electron" as an indivisible particle was introduced by the electrochemist J. Stoney in 1894 and was later discovered in 1897 by E. Wiechert and J. Thomson. In our environment, there is no similarly convenient particle like the electron to carry a positive charge. The positive charge is carried by the "proton," which is three orders of magnitude heavier than an electron. However, electric current flows equally easily in both the negative and positive directions. This is because the flow of negative charges in one direction (e.g., from left to right) is equivalent to the flow of positive charges in the opposite direction (from right to left).

Обобщая, можно сформулировать закон Кулона: Сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Она направлена вдоль прямой, соединяющей заряды. Она является силой притяжения, если знаки зарядов разные, и силой отталкивания, если эти знаки одинаковы (Рис. 3).

In conclusion, Coulomb's law can be formulated as follows: the interacting force between two point charges in a vacuum is inversely proportional to the square of the distance between them. The force is directed along the straight line connecting the charges. It is the force of attraction if the charges have opposite signs and the force of repulsion if the charges have the same sign (Puc. 3).

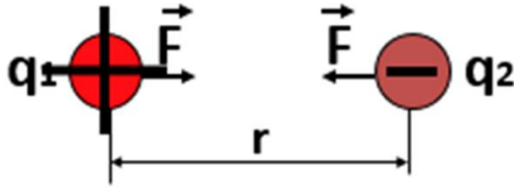


Рис. 3. К закону Кулона (*To Coulomb's law*)

В данной форме закон сформулировал Шарль Кулон в 1785 г. В скалярной форме (упрощенно) закон можно записать как

In this form the law was formulated by Charles Coulomb in 1785. In scalar form (simplistically), the law can be written as

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (1)$$

здесь r – расстояние между зарядами.

Более правильно записать закон Кулона в векторной форме:

This is more correct to formulate Coulomb's law in vector form:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (2)$$

где q_1 и q_2 заряды, \vec{r}_1 и \vec{r}_2 радиус-векторы, проведенные из начала координат к взаимодействующим зарядам. При этом будем учитывать (Рис. 4):

where q_1 and q_2 charges, \vec{r}_1 and \vec{r}_2 radius-vectors drawn from the origin to interacting charges. This has to be considered that (Puc. 4):

$$\vec{r} \equiv \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (3)$$

и

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}^2} \quad (4)$$

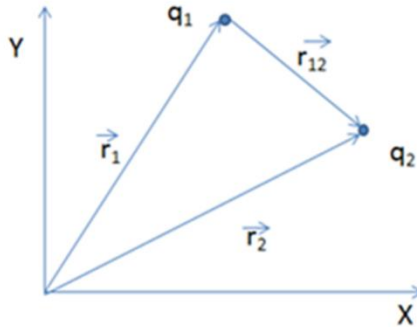


Рис. 4. Напоминание правила вычитания векторов (*Vector subtraction law reminder*)

Напомним, что знак « \equiv » имеет смысл «переобозначение» или, по-другому, «тождественное равенство».

Symbol « \equiv » has meaning of «reassigning» or, by other words, «same identity».

Иногда пользуются формулировкой, повторяющей (2) в несколько иной форме записи:

$$\vec{F}_{21} = k \frac{|q_1||q_2|}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \quad (5)$$

Коэффициент k в формулах, записанных выше, называемый в некоторых учебниках «постоянной Кулона», не имеет специального названия. Справедливо:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (6)$$

Так же, как и k , ϵ_0 встречаются только в системе СИ и существуют для придания величинам размерности, принятой в инженерных расчетах. Они не имеют особого физического смысла. В системе СГС их нет. Единица

«Кулон» (Кл), входящая в формулу является единицей электрического заряда и равна заряду, переносимом током силой 1 ампер за 1 секунду.

The symbol " ϵ_0 " (spelling "epsilon naught") represents the "electric constant" or "vacuum permittivity." Both "k" and " ϵ_0 " are only used in the SI metric system and are primarily used for converting engineering quantities. They do not possess fundamental physical meaning and are absent in the SGS system, which is more commonly used by physicists rather than engineers. The unit "Coulomb" (C) in the last equation represents the unit of electrical charge and is equal to the charge transferred by a current of 1 ampere (A) in 1 second.

Дальнодействие закона Кулона (*Coulomb's law – action at distance law*)

Закон Кулона является так называемым «дальнодействующим» законом, поскольку сила взаимодействия зарядов пропорциональна квадрату расстояния в степени минус два. Такую же зависимость имеет гравитационное взаимодействие, про которое известно, что оно связывает звезды в пределах одной галактики и галактики в скоплениях. Однако на больших расстояниях его никто не проверял, поэтому «дальнодействие» закона Кулона носит характер математически обоснованной гипотезы. Отметим, что взаимодействия, пропорциональные более высоким степеням расстояния в знаменателе, как, например, Ван-Дер-Ваальсово, в отличие от дальнодействующих, называются близкодействующими.

Coulomb's law is commonly referred to as the "action at a distance" law, as it describes interactions between charges through long-range forces. These forces are inversely proportional to the square of the distance between the charges. A similar relationship is observed in gravitational interactions,

which act between stars within a galaxy and galaxies within clusters, keeping them bound together. However, the validity of this "action at a distance" characteristic of Coulomb's law has not been experimentally confirmed at large distances, making it a mathematically supported hypothesis. It is important to note that forces with higher degrees of distance dependence in the denominator, such as Van der Waals forces, are referred to as "short-range forces" unlike the "long-range forces" described by Coulomb's law.

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА (*ELECTRIC CHARGE PROPERTIES*)

Обсуждая закон Кулона приходится считаться с экспериментально установленным фактом: наэлектризованные предметы взаимодействуют (притягиваются или отталкиваются) на расстоянии. При этом для того, чтобы охарактеризовать силу взаимодействия, вводят понятие заряда, а для того, чтобы объяснить сам факт взаимодействия, вводят понятие электрического поля (ЭП). Про электрическое поле можно сказать только то, что оно проявляется при взаимодействии зарядов, и это форма существования материи. Если бы не закон Кулона, об электрическом поле не было бы ничего известно. Начнем разбираться с введенными понятиями более подробно.

Coulomb's law is rooted in an experimentally established fact: electrified objects interact with each other, either attracting or repelling. To quantify this interaction, the concept of charge is introduced, while the concept of an electric field (EF) is introduced to explain the nature of this interaction. Charge serves as a characteristic of matter, whereas the electric field represents a form of matter's existence. It can be said that the electric field reveals itself through the interaction of charges,

thus representing a manifestation of matter. Without Coulomb's law, there would be nothing known about the electric field.

Важнейшими свойствами электрического заряда являются:

- дискретность;
- сохраняемость;
- инвариантность по отношению к преобразованию Лоренца.

The most important properties of electric charge are:

- *discreteness;*
- *conservation of electric charge;*
- *invariance under Lorentz transformations.*

Свойство дискретности заключается в том, что мельчайшие порции измеряемых экспериментально зарядов равны или кратны заряду электрона. Из ядерной физики известно, что существуют и дробные заряды, равные одной трети и двум третям заряда электрона. Частицы, носящие такие заряды, называются кварки. Из кварков состоят протоны и нейтроны. Однако в свободном состоянии кварки обнаружить не удастся. Отсутствие в природе свободных кварков называется принципом кваркового конфайнмента. Впрочем, обсуждают наличие свободных кварков, оставшихся после Большого Взрыва, однако найти их, если они действительно есть, очень сложно.

The discrete nature of electric charge implies that the smallest measured unit of charge corresponds to that of an electron. It is worth noting that nuclear physics has revealed the existence of fractional charges, specifically one-third and two-thirds of the electron charge, associated with particles called quarks. Quarks constitute protons and neutrons, but they have not been observed freely in nature due to the principle of quark confinement. However, it is speculated that free quarks may

have existed immediately after the Big Bang, although detecting them, if they do exist, poses significant challenges.

Наиболее важными для нас носителями заряда, помимо электронов, являются протоны, заряд которых в точности равен электронному, но противоположен по знаку. Так же полезно различать позитроны – частицы с зарядом, совпадающим с зарядом электрона, но противоположным по знаку, и массой в точности равной массе электрона, и антипротоны – частицы с зарядом, равным заряду электрона (то есть отрицательным зарядом), и массе, равной массе протона. Для полноты картины отметим, что существуют частицы, нейтроны, масса которых близка к массе протона, но заряд равен нулю. В отличие от ранее описанных частиц, нейтроны не являются стабильными. Среднее время их жизни составляет порядка 18 минут, что не много и не мало с точки зрения ядерной физики.

Aside from electrons, protons serve as crucial charge carriers. Protons possess an equal magnitude of charge to that of an electron but with the opposite sign. It is also important to consider antiparticles. For instance, positrons are antiparticles having the same charge magnitude as electrons but opposite in sign. They also possess the same mass as electrons. Antiprotons, on the other hand, exhibit a charge opposite to that of an electron (i.e., negative charge) and possess a mass equivalent to that of a proton. To complete the particle picture, neutrons should be mentioned. Although their mass is similar to that of protons, neutrons have a charge of zero. Unlike the previously discussed particles, neutrons are unstable, with an average lifespan of approximately 18 minutes. This timescale falls within an intermediate range in nuclear physics, neither exceptionally long nor short.

Стабильность позитронов и антипротонов довольно условна. Будучи стабильными «по отдельности» они

являются так называемыми «античастицами» – то есть «противоположностями» классических частиц. Наша Вселенная состоит из классических частиц. Это значит, что если позитрон в результате какой-либо ядерной реакции зародится в нашей Вселенной, он будет существовать до тех пор, пока не встретится с электроном. А эта встреча, если не принимать никаких специальных мер, произойдет скоро, поскольку электроны входят в состав всех молекул. При взаимодействии электрона с позитроном или протона антипротоном произойдет аннигиляция – превращение вещества в энергию в соответствии с формулой Эйнштейна,

$$E=mc^2 \quad (7)$$

где m – масса в килограммах, c скорость света в м/с и E энергия в Джоулях.

The stability of positrons and antiprotons is relatively arbitrary. Although considered stable on an individual basis, these so-called "antiparticles" can interact with particles of "normal" matter. This implies that if a positron emerges in our universe as a result of any nuclear reaction, it will persist until it encounters an electron. Without specific measures in place, this encounter is likely to occur promptly since electrons and protons are uniformly distributed throughout the universe, forming molecules. The interaction between a particle and its corresponding antiparticle is referred to as annihilation. Typically, this process leads to the conversion of matter into electromagnetic waves, in accordance with Einstein's equation, where m is mass in kilograms, c is speed of light in m/s and E is energy in Joules.

Табл. 2. Некоторые элементарные частицы и их основные характеристики *Some elementary particles and their main characteristics*

Название/Хар-ка (Name/Characteristics)	Протон (Proton)	Нейтрон (Neutron)	Электрон (Electron)

Заряд (<i>Charge</i>), Кл (C)	$+1.6 \cdot 10^{-19}$	0	$-1.6 \cdot 10^{-19}$
Масса (<i>Mass</i>), кг (kg)	$1.67 \cdot 10^{-27}$	$1.67 \cdot 10^{-27}$	$9.1 \cdot 10^{-31}$
Название/Хар-ка (<i>Name/Characteristics</i>)	Антипротон (<i>Anti-proton</i>)		Позитрон (<i>Positron</i>)
Заряд (<i>Charge</i>), Кл (C)	$-1.6 \cdot 10^{-19}$		$+1.6 \cdot 10^{-19}$
Масса (<i>Mass</i>), кг (kg)	$1.67 \cdot 10^{-27}$		$9.1 \cdot 10^{-31}$

Эта энергия могла бы быть, например, в виде электромагнитных волны, например гамма квантов.

This energy can be, for example, in the form of electromagnetic waves, gamma quants.

Для нас в этом курсе имеют значение только электроны и протоны. Теоретически возможно получить атомы, состоящий из отрицательно заряженных анти-ядер и позитронов, находящихся на квантовых орбитах вокруг них. Вещество, сделанное из таких атомов, носит название антивещества. Если атом, состоящий из протона и электрона, называется водородом, то описанный выше атом, состоящий из антипротона и позитрона, носит название антиводорода. Антиводород в малых количествах удается получить в ускорителях.

In the context of this course, our focus lies primarily on electrons and protons. However, it is theoretically feasible to create atoms composed of negatively charged antinuclei with positrons orbiting them in quantum states. Such a substance consisting of these atoms is termed antimatter. For example, if an atom is composed of a proton and an electron, it is referred to as hydrogen, whereas an atom made up of an antiproton and a positron is called antihydrogen. Antihydrogen can be produced in small quantities within particle accelerators.

Закон сохранения электрического заряда (ЗСЭЗ) является таким же фундаментальным законом, как и закон сохранения импульса, момента импульса и энергии. Для

иллюстрации данного свойства, рассмотрим ЗСЭЗ в химии и ядерной физики

The Law of Conservation of Electric Charges (LCEC) is as fundamental as other fundamental laws such as the conservation of momentum, angular momentum, and energy. It is a law that holds without exceptions. The reason why charge is referred to as "charge" is precisely because the principle of conservation applies to it.

Чтобы лучше понять ЗСЭЗ полезно сформулировать принцип, который хотя не является законом, но все же является достоверным фактом о Вселенной. Этот принцип называется **принципом электронейтральности Вселенной**. Другими словами, количество положительных и отрицательных зарядов в точности одинаково (Рис. 5), (8). Эта одинаковость является усредненной. Другими словами, в конкретных точках пространства могут преобладать электрические заряды одного либо другого знака (9).

*An intriguing aspect of electric charge is **the principle of an electrically neutral Universe**. This principle states that the total number of positive charges is exactly equal to the total number of negative charges (refer to equation (8)). However, it is important to note that this balance is averaged. In other words, specific regions of space can exhibit a predominance of charges with one sign (as mentioned in equation (9)).*

Математически ЗСЭЗ можно записать как

Mathematically LCEC can be written as

$$\sum q_i^+ + \sum q_j^- = 0 \quad (8)$$

глобально или
globally or

$$\sum q_k = \text{const} \quad (9)$$

локально
locally.

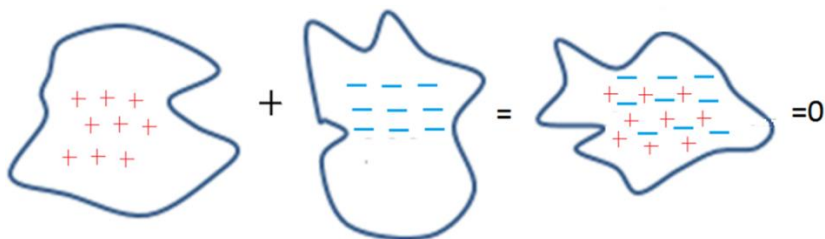


Рис. 5. Свойство сохранения электрического заряда (*Law of electrical charge conservation*)

Чтобы проиллюстрировать ЭСЭЗ, лучше всего обсудить его применение в химии и ядерной физике.

To illustrate the implementation of the LCEC, let's examine its application in chemistry and nuclear physics.

Пример ЗСЭЗ в химии (*LCEC example in chemistry*)

Рассмотрим растворение поваренной соли в воде:

Consider sodium chloride dissolution in water:



В твердом состоянии кубическая подрешетка ионов натрия входит в кубическую подрешетку ионов хлора. При переходе в раствор ионы обоих знаков начинают двигаться хаотически, однако электронейтральность раствора в целом сохраняется в строгом соответствии с ЗСЭЗ.

In the solid-state, the sodium ions are positioned within a cubic sublattice, while the chloride ions occupy another cubic sublattice. When these substances dissolve in a solution, the ions of both positive and negative charges begin to move randomly. However, the overall electrical neutrality of the solution is strictly maintained in accordance with the LCEC.

Пример ЭСЭЗ в ядерной физике (*LCEC example in nuclear physics*)

Рассмотрим реакцию аннигиляции позитрона и электрона:

Let's consider the process of electron-positron annihilation, which can be represented by the equation:

$$e^+ + e^- \rightarrow 2 h\nu, \quad (10)$$

where h – Plank's constant, ν – frequency, Hz. (10) describes one possible channel for the annihilation of an electron-positron pair, resulting in the production of a pair of virtual photons. These virtual photons, in turn, can give rise to a pair of any particles, but more commonly, they lead to the creation of real photons. It is important to note that the total charge of the particles on the left-hand side of the reaction is zero. Since photons are charge-free particles, the total charge of the particles on the right-hand side is also zero.

где h – постоянная Планка, ν – частота. (10) предлагает только один из возможных (но наиболее вероятных) каналов взаимоуничтожения электрон – позитронной пары, в результате которой получается пара виртуальных фотонов, способных дать рождение паре практически любых частиц, но чаще всего эти «любые» частицы оказываются реальными фотонами. Суммарный заряд частиц в левой части реакции равен нулю. Как известно, фотоны – беззарядовые частицы, поэтому суммарный заряд частиц в правой части так же равен нулю.

Что же касается третьего фундаментального свойства электрического заряда – инвариантности по отношению к преобразованиям Лоренца, то оно значит, что заряд при переходе к релятивистским скоростям не испытывает релятивистских поправок.

Regarding the third fundamental property of electric charge, its invariance with respect to Lorentz transformations

means that the charge remains unaffected by relativistic corrections when objects move at velocities close to speed of light.

Попробуйте ответить на вопрос, почему поставлена цифра «два» для указания количества фотонов. Может ли возникнуть только один фотон?

Why number "two" is used to indicate the number of photons. Can only one photon occur?

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ (ELECTRIC FIELD)

Закон Кулона имеет место за счет существования особой формы материи – электрического поля, о котором в электростатике мы и знаем только потому, что с его помощью осуществляется взаимодействие между зарядами. Электрическое поле является векторной величиной и обычно обозначается латинской буквой \vec{E} . Размерностью электрического поля является в системе СИ является вольт на метр (В/м). Для случая неподвижных зарядов ЭП так же иногда называют «электростатическим полем».

Coulomb's law serves as evidence for the existence of a distinct form of matter known as the electric field. The electric field is introduced to explain the interaction between charges. It is a vector quantity typically represented by the symbol " \vec{E} ". and is measured in volts per meter (V/m) in the SI system. When the electric field does not vary with time, it is referred to as the "electrostatic field."

Таким образом, можно сформулировать следующие важнейшие свойства ЭП:

- подчиняется принципу суперпозиции;
- действует на заряды в соответствии с законом Кулона.

Consequently, we can outline the key properties of the electric field as follows:

- adheres to the principle of superposition;
- acts on charges in accordance with Coulomb's law.

Принцип суперпозиции полей (*The principle of superposition*)

Суммарное поле, складывающееся из отдельных полей, вычисляется как векторная сумма каждого из полей в отдельности:

Total field can be calculated as a vector sum of separate fields created by composing it charges:

$$\vec{E}_{\Sigma} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_1^n E_i, \quad (11)$$

где E_i , - поля, создаваемые каждым из зарядов системы, состоящей из n зарядов, в отдельности, что графически показано для системы, состоящей из двух зарядов, на Рис. 6.

where E_i - field, created by each charge, composing system of n charges (Puc. 6).

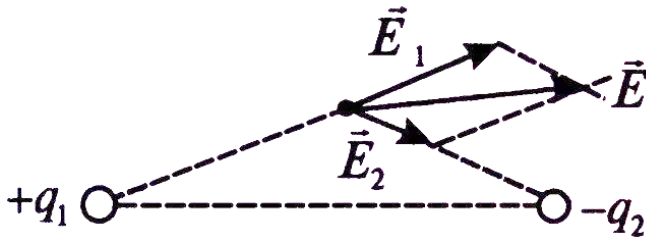


Рис. 6. Принцип суперпозиции электрических полей (*The principle of electric field superposition*)

Действие поля на заряды (Charge field interaction)

Полагая, что сила взаимодействия зарядов пропорциональна напряженности ЭП, можно записать:

Assuming that force acting between charges is proportional to EF strength, it can be written:

$$\vec{F} = \vec{E}q. \quad (12)$$

Переписывая данную формулу через закон Кулона, можно определить напряженность поля как

Re-writing this formula through Coulomb's law, EF strength can be defined as

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (13)$$

где $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – вектор, соединяющий заряды, $\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ – единичный вектор, определяющий направление от заряда q на q' . Отметим, что часто $1/4\pi\epsilon_0$ обозначают через k , чье значение округленно можно принять равным $9 \cdot 10^9$ м/Ф.

where $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – vector, connecting charges, $\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ – unit vector, defining direction from charge q to q' .

Таким образом, напряженность является силовой характеристикой ЭП, обратно пропорциональной квадрату расстояния (Рис. 7). В любой точке пространства ЭП направлено по лучу, соединяющему эту точку пространства с зарядом. Направление вектора напряженности ЭП считают совпадающим с направлением движения пробного положительного заряда, помещенного в точку, где есть ЭП.

Indeed, the strength of the electric field (EF) is inversely proportional to the square of the distance from the charge. At any given point in space, the electric field is directed along the line that connects that point to the charge. The direction of the electric field intensity vector is considered to coincide with the direction of movement for a positively charged test particle placed at that point where the electric field is present. In other words, the electric field points in the direction that a positive test charge would experience a force if placed in the field.

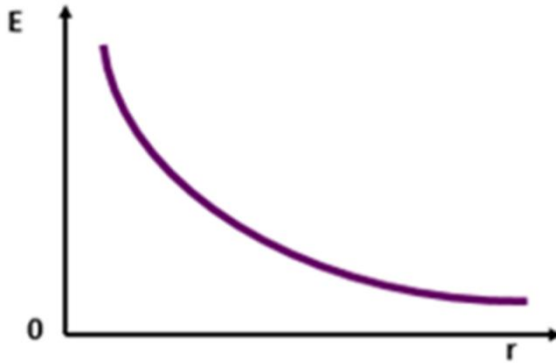


Рис. 7. Графическое изображение вектора напряженности электрического поля, создаваемого положительным и отрицательным зарядами (*EF distance dependence*)

Консервативность электрического поля (Electric field as a conservative field)

В предыдущей части было показано, что взаимодействие между покоящимися зарядами осуществляется через электрическое поле, характеризуемое вектором напряженности. Покажем, что силы ЭП консервативны, а само поле потенциально.

In the previous part it was shown that the interaction between the resting charges is carried out through EF, which is characterized by a vector of EF strength. It can be shown that EF is conservative, and the field is a so-called “potential field”.

В любой точке этого поля на пробный точечный заряд q' действует сила \vec{F} , которую можно представить как

In the presence of this static charge, a probe charge q' placed at any location experiences a force \vec{F} , which can be mathematically represented as:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = F(r) \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (14)$$

где $F(r)$ – модуль силы.
where $F(r)$ – force modulus.

Для того, чтобы доказать, что ЭП потенциально, нужно доказать, что силы ЭП поля консервативны.

In order to prove that EF is a potential field, it needs to be proved that EF forces are conservative.

Из курса механики известно, что любое стационарное поле центральных сил является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от формы пути, а только от положения конечной и начальной точек. ЭП является центральным, следовательно, оно консервативно.

In mechanics, it is indeed well-known that any static field of a central force is conservative, which implies that the work done by the forces within the field is independent of the path taken and only depends on the initial and final positions. This principle applies to the electric field (EF) as well since it is a central field.

Подтвердим это расчетами. Вычислим работу, которую совершает электростатическое поле, созданное зарядом q по перемещению заряда q' из точки 1 в точку 2 (Рис. 8). Перемещение по траектории ($d\mathbf{l}$) можно разложить на две составляющие: по прямой, соединяющей заряды ($d\mathbf{l}_{\parallel}$), и перпендикулярно ей ($d\mathbf{l}_{\perp}$). Работа dA будет равна:

To mathematically confirm this, we can calculate the work done by the electrostatic field created by the charge q as the charge q' undergoes displacement from point 1 to point 2. The movement along the trajectory ($d\mathbf{l}$) can be divided into two components: one component along the line connecting the charges ($d\mathbf{l}_{\parallel}$), and another component perpendicular to it ($d\mathbf{l}_{\perp}$). The work, denoted as dA , can be expressed as follows:

$$dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{F} \cdot (d\mathbf{l}_{\parallel} + d\mathbf{l}_{\perp}). \quad (15)$$

Учитывая
Considering

$$l_{\parallel} || \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}_{\parallel} = F dl_{\parallel} \cos 0^{\circ} = F dr,$$

где
where

$$r = |\vec{r}| \quad \mathbf{l}_{\perp} \perp \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}_{\perp} = F dl_{\perp} \cos 90^{\circ} = 0.$$

Таким образом:

Therefore:

$$dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr. \quad (16)$$

И полная работа при перемещении из точки 1 в точку 2 равна

And total work of transferring charge along 2 to 1 path

is:

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \quad (17)$$

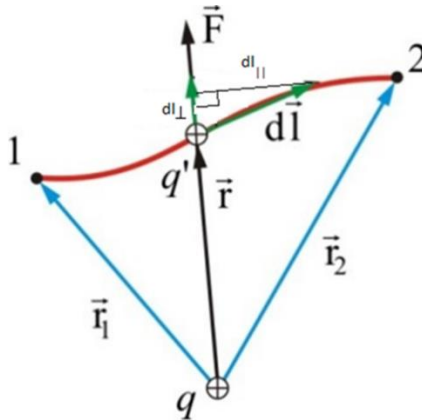


Рис. 8. Иллюстрация к доказательству консервативности электрического поля (*To the conservancy of electric field*)

Из этого уравнения видно, что работа электростатических сил не зависит от формы пути, а только от координат начальной и конечной точек перемещения,

что подтверждает, что силы поля консервативны, а само поле – потенциально.

The equation presented demonstrates that the work done by electrostatic forces is independent of the path taken and solely depends on the coordinates of the initial and final points of displacement. This confirms that the forces within the field are conservative, and therefore, the field itself is a potential field.

Примеры. Вычисление работы по перемещению заряда (Examples. Calculating work of transferring charge)
Задача А. (Problem A.)

Определим работу по перемещению заряда для следующего случая: заряд 1нКл переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 0,1 м от поверхности металлической сферы радиусом 0,1 м, заряженной с поверхностной плотностью 10^{-5} Кл/м².

Let us determine the work on charge transfer for the following case: the charge of 1 nC is transferred from infinity to a point 0.1 m away from the surface of a metal sphere with a radius of 0.1 m, charged with a surface density 10^{-5} C/m².

На заряд со стороны электростатического поля действует сила. Поэтому при перемещении заряда в электростатическом поле совершается работа.

EF creates force acting on charge. Therefore, when the charge moves in EF, work is performed.

Работа может быть представлена через разность потенциальных энергий частицы в электрическом поле:

The work can be represented by the difference in the potential energies of a particle in an electric field:

$$A_{field} = W_1 - W_2 = \varphi_1 q - \varphi_2 q = q(\varphi_2 - \varphi_1)$$
$$[A_{field}] = \text{Дж} = \text{J}.$$

Поверхностной плотностью заряда σ называется отношение заряда плоскости Q к ее площади S.

The surface charge density σ is the ratio of the charge of the Q plane to its area S .

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Поверхностная плотность заряда – конечная величина, характеризующая степень заряженности бесконечной плоскости.

The surface charge density is a finite quantity characterizing the degree of charge of the infinite plane.

Дано (Given):

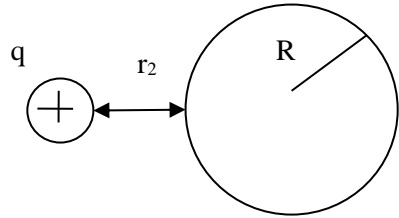
$$q = 10^{-9} \text{ Кл (C)}$$

$$R = 0.1 \text{ м (m)}$$

$$\sigma = 10^{-5} \text{ Кл/м}^2 \text{ (C/m}^2\text{)}$$

$$r_2 = 0.1 \text{ м (m)}$$

$$r_1 = \infty$$



Решение (Solution):

$$A = W_2 - W_1;$$

$$W = \varphi \cdot q; \varphi_1 = 0$$

$$A = q(\varphi_2 - \varphi_1) = q\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r + R}$$

$$Q = \sigma \cdot S = 4\pi R^2 \cdot \sigma;$$

$$A = \frac{4\pi R^2 \cdot \sigma}{4\pi\epsilon\epsilon_0(r+R)} = \frac{R^2 \cdot \sigma}{\epsilon\epsilon_0(r+R)};$$

$$A = \frac{10^{-5} \cdot 10^{-2}}{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.2} = 56497 \text{ J}$$

Ответ (Answer): A=57 кДж (kJ).

Задача В (Problem В).

Заряды по 1 нКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,2 м.

Равнодействующая сил, действующих на четвертый заряд, помещенный на середине одной из сторон треугольника, равна $0,6 \text{ мкН}$. Определить этот заряд и напряженность поля в точке его расположения.

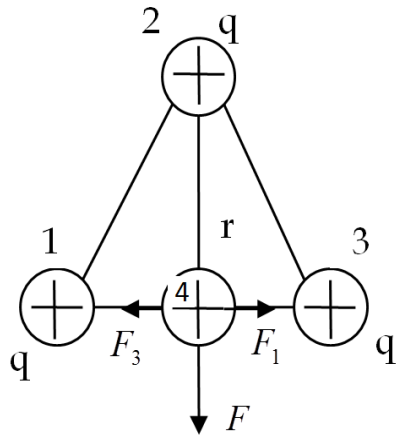
Charges of 1 nC are placed at the vertices of an equilateral triangle with a side of 0.2 m . Equal force acting on the fourth charge, placed in the middle of one of the sides of the triangle, is $0.6 \text{ }\mu\text{N}$. Determine this charge and the field strength at its location.

Дано (Given):

$$q = 1 \text{ нКл (nC)}$$

$$a = 0.2 \text{ м (m)}$$

$$F = 0.6 \text{ мкН (}\mu\text{N)}$$



Решение (Solution):

Из рисунка видно, что равнодействующая зарядов (1) и (3) на четвертый заряд равна нулю. Следовательно, сила, действующая на этот заряд, определяется действием заряда (1) и может быть найдена по закону Кулона, расстояние между зарядами находим из прямоугольного треугольника.

It can be seen from the figure that the resultant of the charges (1) and (3) on the fourth charge is zero. Consequently, the force acting on this charge is determined by the action of the charge (1) and can be found by Coulomb's law, the distance between the charges is found from a right triangle.

$$F = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

$$r = a \cdot \cos \frac{\pi}{6};$$

Обозначая пробный заряд через q_0 вычисляем его значение и проверяем размерность

Denoting the test charge through q_0 , next can be calculated its value and units checked for correct dimensions:

$$F = \frac{q \cdot q_0 \cdot 4}{4\pi\epsilon_0 a^2 \cdot 3} = \frac{q \cdot q_0}{3\pi\epsilon_0 a^2};$$

$$q_0 = \frac{3\pi\epsilon_0 a^2 \cdot F}{q};$$

$$q_0 = \frac{C^2 m^2 N}{Nm^2 C} = C$$

$$q_0 = \frac{3\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,04 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{10^{-9}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C};$$

По соотношению между зарядом и силой находим напряженность

By the relation between the charge and the force, we find field strength:

$$E = \frac{F}{q_0};$$

$$E = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-9}} = 300 \text{ N/C}$$

Ответ (Answer): $E=300 \text{ Н/Кл (N/C)}$.

ПОТЕНЦИАЛ (POTENTIAL)

Можно ввести функцию состояния, зависящую от координат – потенциальную энергию. Если центральных сил несколько, то исходя из принципа суперпозиции сил,

This is convenient to utilize a function of state that depends on the coordinates - the potential energy. If there are

several central forces, then proceeding from the principle of superposition of forces,

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (18)$$

где n общее число сил, i индекс суммирования.

where n the total number of forces, i summation index.

Можно показать, что общая работа A , равная разности потенциальных энергий (19) будет равна сумме работ, совершаемой каждой силой в отдельности (20).

It can be shown that the total work A will be equal to the sum of the work done by each force separately (20).

$$A_{12} = W_2 - W_1 \quad (19)$$

Здесь каждое слагаемое не зависит от формы пути, следовательно, не зависит от формы пути и сумма:

Here each term does not depend on the shape of the path, therefore, and the sum also does not depend on the shape of the path:

$$A = \sum_{i=1}^n A_i \quad (20)$$

Можно подсчитать работу, совершаемую при изменении расстояния между зарядами от r_2 до r_1 . Поскольку выше показано, что силы электрического поля консервативны, а само поле потенциально, то такая работа не зависит от формы траектории, а только от расстояния между зарядами.

This is possible to calculate the work performed when the distance between charges is changed from r_2 to r_1 . As was shown above, the electric field is conservative, and forces created by it on charges are central forces, therefore, mentioned work does not depend on the shape of the trajectory, but only on the distance between the charges.

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} \quad (21)$$

где q и q' рассматриваемые заряды.
where q and q' - charges.

Таким образом:

Therefore:

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (22)$$

Если заряды сближаются до расстояния r_1 из бесконечности, то работа будет равной

If the charges approach the distance r_1 infinity (

Рис. 9), the work is equal to

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Big|_{r_2=\infty} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1}. \quad (23)$$

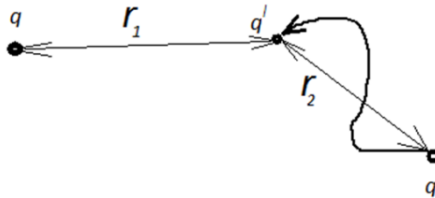


Рис. 9. К подсчету энергии системы зарядов (To evaluation energy of a system of charges)

Вспомяная, что работа равна изменению потенциальной энергии, взятой с противоположным знаком и обозначая расстояние между зарядами через r получим

Denoting the distance between the charges as r , and recalling that the work is equal to the change in the potential energy taken with the opposite sign, it can be written:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}, \quad r = r_2 - r_1. \quad (24)$$

При этом необходимо учитывать знак зарядов. Отметим сходство этой формулы с формулой энергии гравитационного взаимодействия. Отсутствие знака минус происходит от необходимости учитывать два знака зарядов.

В случае гравитационного взаимодействия массы всегда притягиваются. Массы не бывают разных знаков. В случае взаимодействия одноименных зарядов, энергия системы будет отрицательной, и наоборот.

It is necessary to take into account the sign of charges. This formula is similar to formula for the energy of the gravitational interaction. The absence of a minus sign results from the need to take into account two charge signs. In the case of gravitational interaction, masses are always attracted. The masses do not have different signs. In the case of interaction of charges of the same sign, the energy of the system will be negative.

Разностью потенциалов назовем величину, равную отношению работы по перемещению заряда между точками 1 и 2 к величине этого заряда

*However, the ratio of energy to charge will be the same for all charges. This quantity is called **potential between two points**, which is equal to the ratio of work on the charge transfer between points 2 and 1 to the value of this charge.*

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{21} = \frac{W_{21}}{q}. \quad (25)$$

Видно, что физический смысл имеет не потенциал, а разность потенциалов, поэтому договорились считать, что потенциал точки, удаленной в бесконечность, равен нулю. Когда говорят «потенциал некоторой точки» – имеют в виду разность потенциалов между этой точкой и точкой, удаленной в бесконечность.

It can be noticed that physical meaning attributes not to “potential”, but to potential difference. This is agreed to assign the potential of a point removed to infinity as zero. When it is said “potential of some point” – it means the difference of potentials between some reference point, which is at infinity if not specified, and point of interest.

Таким образом потенциал точки пространства, созданный электрическим полем, численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки в бесконечность (или наоборот – такую же работу нужно совершить, чтобы переместить единичный положительный заряд из бесконечности в данную точку поля).

Thus, the potential of a point in space created by an electric field is numerically equal to the work done by field forces over a unit positive charge when it is removed from a given point to infinity (or vice versa - it is necessary to do the same job, but with opposite sign, to move a single positive charge from infinity to a given point fields).

Потенциал является скалярной величиной, что делает его удобным для вычисления напряженности ЭП.

The potential is a scalar quantity, which makes it convenient for calculating the EF intensity.

Поскольку ЭП подчиняется принципу суперпозиции, то потенциал обладает свойством аддитивности. Потенциал в точке, созданный системой зарядов, равен сумме потенциалов, созданных каждым из зарядов.

Since the EF is subject to the principle of superposition, the potential has the additivity property. The potential at a point created by a system of charges is equal to the sum of the potentials created by each of the charges.

$$\varphi_{\Sigma} = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_1^N \varphi_i. \quad (26)$$

Размерностью потенциала является «вольт» (В).

Unit of potential in SI is «volt» (V).

ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ (ENERGY OF A SYSTEM OF CHARGES)

Величина, определенная в (24) определяет энергию системы, состоящей из двух зарядов. Обобщая на систему, состоящую из нескольких зарядов, получаем, что энергия системы зарядов равна работе, которую нужно совершить, чтобы сблизить заряды на данное расстояние из бесконечности. Заметим, что энергия системы одноименных зарядов отрицательная (заряды отталкиваются), а разноименных – положительная (заряды притягиваются).

The quantity defined in (24) determines energy of system consisting of two charges. Generalizing the system consisting of several charges: the energy of system of charges is equal to the work that must be done in order to bring the charges closer to a given distance from infinity (Puc.11). The work calculated in this way is also called the energy of the system of charges. Note that the energy of the system of the same charge is negative (charges tend to move apart), and opposite - positive (attract).

Можно аналогично провести вычисление энергии системы, состоящей из трех зарядов:

In similar way the energy of a system consisting of three charges can be found:

$$U = k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right). \quad (27)$$

Обобщая на неограниченное число зарядов:

Generalizing for an unlimited number of charges:

$$U = \frac{1}{2} k N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \quad (28)$$

где N число зарядов, ($i \neq j$). Для исключения суммирования пары дважды, в этой формуле применен коэффициент $\frac{1}{2}$.
where N – number of charges. To eliminate the summation of a pair twice, coefficient $\frac{1}{2}$ is used.

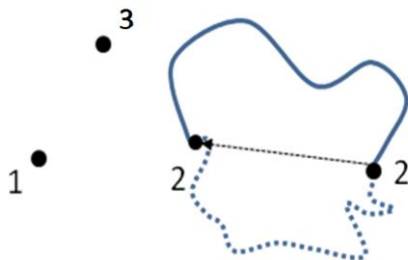


Рис. 10. Для оценки энергии заряженной системы (*To charged system energy evaluation*)

Пример. Вычисление энергии кристаллической решетки (*Example. Evaluating energy of crystalline lattice of sodium chloride*)

Выведем формулу подсчета энергии связи атомов кристаллической решетки, образующей объемную гранецентрированную структуру, например поваренной соли (NaCl) Рис. 11.

Consider sodium chloride (NaCl) crystal lattice. This is a volume face-centered structure.

В основе энергии связи лежит электростатическое взаимодействие, следовательно, можно применить знания, полученные при вычислении энергии связи электрических зарядов, для вычисления внутренней энергии связи кристаллической решетки.

The nature of atom's interaction in it is electrostatic, therefore in order to find internal binding energy of the crystal lattice it is possible to apply formula for calculating the binding energy of electric charges derived earlier.

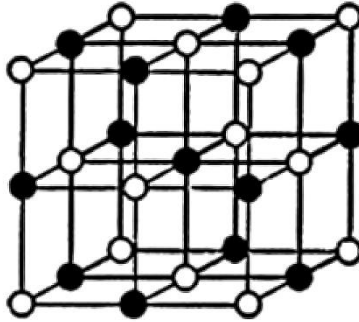


Рис. 11. Объемная гранецентрированной решетка, состоящая из атомов двух сортов (*A three-dimensional face-centered lattice consisting of two types of atoms*)

В объемной гранецентрированной решетке, кубическая подрешетка атомов одного вида (натрия) находится в подрешетке атомов другого вида (хлора). Рассчитаем энергию кулоновского взаимодействия, приходящую на одну ионную пару (28). Суммируя по ближайшим соседям с учетом количества одинаковых пар, получаем

In a face-centered cubic lattice, the cubic sublattice of atoms of one kind (sodium) is located in the sublattice of atoms of another kind (chlorine). For calculation, will be taken into account the interaction of only the nearest atoms and sum by their number using (28), summing over the nearest neighbors taking into account the number of identical pairs, can be obtained:

$$U = \frac{1}{2} N \left[-\frac{6e^2}{a} + \frac{12e^2}{\sqrt{2}a} - \frac{8e^2}{\sqrt{3}a} + \dots \right]. \quad (29)$$

Первое слагаемое появляется от шести ближайших ионов натрия, расположенных на расстоянии a , второй от двенадцати ионов хлора, расположенным по углам куба, и т.д. Чем большее количество пар взаимодействие учитывать, тем точнее получается результат. В первом

приближении его можно оставить в записанном виде. Подсчет дает ответ:

The first term appears from the six nearest sodium ions located at distance a , the second from the twelve chlorine ions located at the corners of the cube, and so on. The more pairs of interactions are considered, the more accurate the result can be obtained. Calculation gives answer:

$$U = -\frac{0,8738Ne^2}{a} \quad (30)$$

где a – кратчайшее расстояние между атомами одного вида, N – число атомов на ячейку.

where a – the shortest distance between atoms of one kind (lattice constant), N - the number of atoms per unit volume.

Определение энергии связи кристалла поваренной соли экспериментальными методами дает значение, близкое к теоретическому, что свидетельствует о правильности примененного подхода.

The determination of the binding energy of a salt crystal by experimental methods yields a value close to the theoretical value, which indicates the correctness of the applied approach.

Связь потенциала и напряженности электрического поля (*Relation between electric field potential and strength*)

Рассмотрим его связь с напряженностью электрического поля \mathbf{E} . Запишем выражение для работы, совершаемой ЭП при переносе заряда:

Let us take expression between electric field strength \mathbf{E} , charge q and the work performed by EF to move charge:

$$dA = q\bar{\mathbf{E}} \cdot d\bar{\mathbf{l}} \quad (31)$$

и найти отношение работы к заряду
and find the ratio of work to charge

$$\frac{dA}{q} = d\varphi = \frac{q\bar{\mathbf{E}} \cdot d\bar{\mathbf{l}}}{q} = \bar{\mathbf{E}} \cdot d\bar{\mathbf{l}} \quad (32)$$

таким образом:

therefore:

$$d\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (33)$$

Теперь понятно, почему размерностью напряженности ЭП является В/м. Из (33) следует:

Now it is clear why the dimension of the intensity of the EF is V / m. As follows from (33):

$$d\varphi = E_x dx + E_y dy + E_z dz. \quad (34)$$

Разделяя данное выражение в проекциях на Декартовы оси получаем:

Separating this expression in the projections onto the Cartesian axes, can be obtained:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx} \quad (35)$$

$$E_y = -\frac{d\varphi}{dy} \quad (36)$$

$$E_z = -\frac{d\varphi}{dz} \quad (37)$$

Учитывая, что

Considering that

$$\vec{E} = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y + \vec{k}E_z \quad (38)$$

где \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – орты, можно «собрать» \vec{E} через его проекции на оси Декартовой координатной системы, используя оператор Гамильтона «набла» ($\vec{\nabla}$):

where \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – unit vectors, it is possible to "construct" \vec{E} through its projections on the axes of the Cartesian coordinate system, using Hamilton's operator denoted by Greek letter "nabla" ($\vec{\nabla}$):

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{d}{dx} + \vec{j} \frac{d}{dy} + \vec{k} \frac{d}{dz}. \quad (39)$$

Подставляя

Substituting

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\left(\vec{i} \frac{d\varphi}{dx} + \vec{j} \frac{d\varphi}{dy} + \vec{k} \frac{d\varphi}{dz}\right) = \\ &= -\left(\vec{i} \frac{d}{dx} + \vec{j} \frac{d}{dy} + \vec{k} \frac{d}{dz}\right)\varphi.\end{aligned}\quad (40)$$

В применении к скаляру оператор Гамильтона называется градиентом, что в буквальном переводе с английского означает «изменение» (grad). Таким образом

Hamilton applied to scalar is so-called gradient, (re-made word "gradation") (grad). Therefore

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi \quad (41)$$

или (or)

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi. \quad (42)$$

Заметим, что потенциал содержит всю информацию об электрическом поле, являясь при этом скалярной величиной в отличие от векторной – напряженности ЭП, что в ряде случаев делает его более удобной характеристикой ЭП, чем напряженность.

This is easy to notice that the potential contains all the information about the electric field, being a scalar quantity, while EF strength is a vector quantity As scalars are easier to operate than vectors, in a number of cases electric potential is more convenient quantity to operate with rather than EF.

ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ (GRAPHICAL REPRESENTATION OF ELECTRIC FIELD)

Для решения практических задач бывает удобно изображать ЭП с помощью так называемых «силовых линий» и «эквипотенциальных поверхностей».

To solve practical problems, it is convenient to represent EF with the help of so-called "electric field lines" and "equipotential surfaces".

Силовые линии ЭП (*Electric field lines*)

Линии напряженности (или силовые линии электрического поля) – это непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке, через которую они проходят, совпадают с векторами напряженности.

Electric field lines (Gaussian lines) – these are continuous lines, tangent to which at each point through which they pass, coincide with the vectors of EF strength.

Пример силовых линий ЭП для зарядов различных конфигураций показан на Рис. 12. Как видно, силовые линии вблизи точечного заряда всегда расходятся радиально от точки, в которой находится заряд (Рис. 12(А, В, Е, F, G)). Это и понятно: при $r \rightarrow 0$ в формуле (13) $E \rightarrow \infty$, следовательно влиянием других источников ЭП вблизи заряда можно пренебречь. При достаточном удалении от заряда линия ЭП может быть искривленной (Рис. 12(С)).

An example of EF lines for charges of various configurations is shown in Рис. 12. As can be seen, the lines near the point charge always diverge radially from the point at which the charge is located.. This is understandable: for $r \rightarrow 0$ in Eq. (13), $\rightarrow \infty$, therefore the influence of other EF s sources in the vicinity of the charge can be neglected. Significantly far from the system of charges, EF lines curving increases.

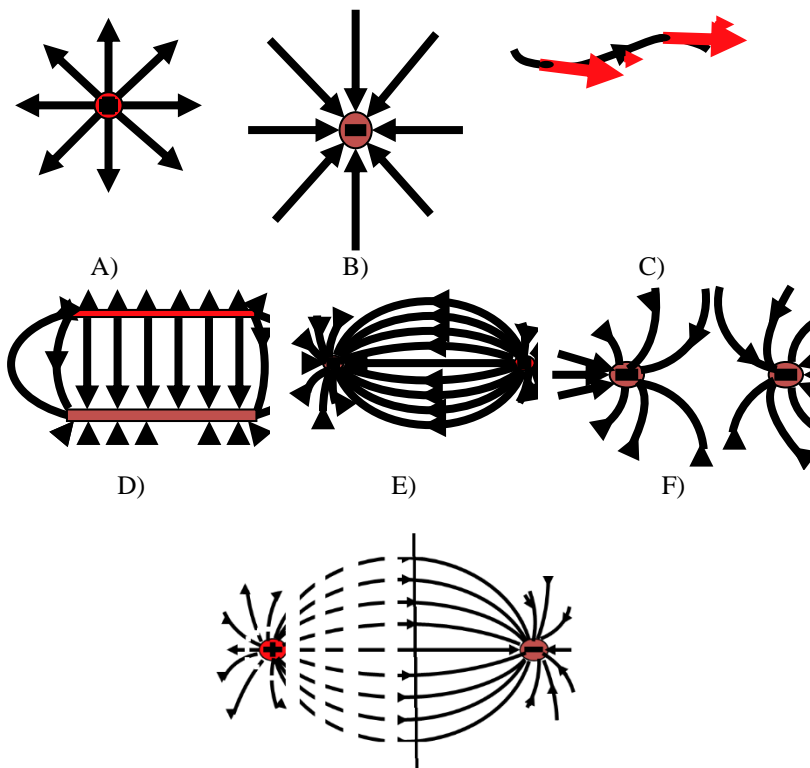


Рис. 12. Линии напряженности ЭП для случаев: А) точечного положительного заряда; Б) точечного отрицательного заряда; В) произвольной системы зарядов; Г) двух разноименно заряженных плоскостей; Д) системы, состоящей из двух разноименных зарядов; Е) системы, состоящей из двух одноименных зарядов; Ж) системы, состоящей из заряда и проводящей плоскости (*EF lines for cases: A) point positive charge; B) point negative charge; C) an arbitrary system of charges; D) two oppositely charged planes; E) two opposite charges; F) two charges of the same sign; G) system consisting of a charge and a conducting plane*)

Для случая двух разноименно заряженных плоскостей, применяя принцип суперпозиции, получаем картину, из которой видно, что на достаточном удалении от краев линии напряжённости параллельны, Рис. 12 (Г). Для

построения картинки линий, создаваемых зарядом и проводящей плоскости, применяем так называемый **принцип отражения**, заключающийся в том, что заряд, находящийся вблизи бесконечной проводящей плоскости взаимодействует с плоскостью так же, как если бы по другую сторону плоскости поместили заряд равный по величине, но противоположный по знаку (Рис. 12(Ж)).

*For the case of two oppositely charged planes of finite sign, applying the superposition principle, it can be seen that at a sufficient distance from the edges EF lines are parallel. To construct the image of the lines created by charge and conducting plane, it can be applied the so-called **reflection principle**: charge located near infinite conducting plane interacts with the plane in the same way as if on the other side of the plane exists charge of an equal magnitude, but opposite in sign.*

Таким образом, силовые линии ЭП всегда начинаются на положительном, а заканчиваются на отрицательном заряде.

Thus, EF lines always begin on the positive, and end on a negative charge.

Эквипотенциальные поверхности (*Equipotential surfaces*)

Для графического отображения потенциала служат «эквипотенциальные поверхности» (ЭквП) - поверхности, соединяющие точки, с одинаковым потенциалом.

For the graphical representation of the potential, this is convenient to use so-called "equipotential (EqP) surfaces" - surfaces connecting points of equal potential.

Рассмотрим пример построения ЭквП для случая двух проводников, находящихся под разным потенциалом: металлической пластины (1) и стержня (2). Таковую систему можно собрать следующим образом. Возьмем прямоугольную кювету, заполненную электропроводящим

раствором, например однопроцентным раствором поваренной соли (Рис.13). Расположим параллельно одной из сторон пластину (1), а с противоположной стороны поместим расположенный вертикально отрезок проволоки (2). Батарея (4) создает между (1) и (2) разность потенциалов. Разность потенциалов между зондом (3) и электродом (2) снимает вольтметр V.

Let us consider an example of constructing an EqP surfaces for the case of two conductors under different potentials: a metal plate (1) and a rod (2). Such a system can be assembled as follows. Take a rectangular cuvette filled with an electrically conductive solution, for example a 1% solution of sodium chloride (Рис.13). In a cuvette there is a plate (1) parallel to one side, and on the opposite side it is vertically placed a rod (2). The battery (4) creates a potential difference between (1) and (2). The potential difference between the probe (3) and the electrode (2) is measured by a voltmeter V.

Для построения эквипотенциальных поверхностей достаточно нанести эпюру точек, лежащих под одинаковым потенциалом, внутри прямоугольника со сторонами, соответствующими границам кюветы. В этом случае эквипотенциальные поверхности будут выглядеть как линии, поскольку случай двухмерный (Рис.14).

To construct equipotential surfaces, it is necessary to plot the diagram of points attaining the same potential inside the rectangle with sides corresponding to cuvette. Looking from the top, equipotential surfaces will look like lines (Рис.14).

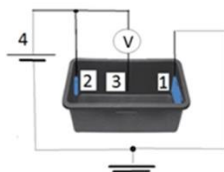


Рис.13. Кювета для графического определения потенциала (*Cuvette for graphical determination of the potential*)

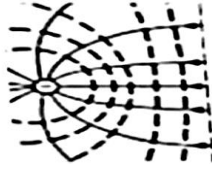


Рис.14. Пример ЭКВП для случая, показанного рисунком выше. ЭКВП даны пунктиром (*EqP surfaces projection to the plane of a cuvette – EqP lines, shown dashed*)

При анализе полученной картины можно заметить, что потенциал точек, близких к плоской металлической пластине примерно одинаков, незначительно отличаясь в сторону уменьшения. Следовательно, потенциал всех точек проводника можно считать одинаковым. Речь здесь идет, естественно, только о «хорошем» проводнике, например о медном. В случае образца с меньшей удельной электропроводностью, например пластмассе, смешанной с частичками углерода, потенциал в его различных- точках уже не будет одинаков.

Analyzing the picture, it can be noticed that the potential of points close to a flat metal electrode is approximately the same, being more and more the less with increasing the distance from plane. Consequently, the potential of all points of the conducting plane is equal. This is, unconditionally true only a "good" conductor, for example, copper. In the case of a sample with a lower electrical conductivity, for example plastic mixed with carbon particles, the potential at its different points will no longer be the same.

Нетрудно заметить, ЭКВП и силовые линии ЭП всегда перпендикулярны, что так же вытекает из (41).

It is easy to see that the EqP surfaces and EF lines are always perpendicular, which also follows from (41).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ (PROBLEMS FOR SELF-CONTROL HOMEWORKS)

Закон Кулона (*Coulomb's law*)

1. Заряды по 1 нКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0.2 м. Равнодействующая сил, действующая на четвертый заряд, помещенный на середине одной из сторон треугольника равна, равна 0.6 мкН. Определить этот заряд, напряженность и потенциал поля в точке его расположения.
Charges of 1 nC are placed at the vertices of an equilateral triangle with a side of 0.2 m. The equatorial force acting on the fourth charge placed on the middle of one side of the triangle is equal to 0.6 μN. Determine this charge, the strength and potential of the field at its location.

2. Если в центр квадрата, в вершинах которого находятся заряды по +2 нКл, поместить отрицательный заряд, то результирующая сила, действующая на каждый заряд, будет равна нулю. Вычислить числовое значение отрицательного заряда.

If the negative charge is placed in the center of the square, at the vertices of which there are charges of +2 nC, the resultant force acting on each charge is zero. Calculate the numerical value of the negative charge.

Потенциал. работа поля (*Potential. Work of electric field*)

3. Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0.1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстоянии 0.06 м от одного и 0.08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить потенциал поля в этой точке и значение зарядов.

Two identical charges are in the air at a distance of 0.1 m from each other. The field strength at a point removed at a distance of 0.06 m from one and 0.08 m from another charge is equal to

10 kV/m. Determine the potential of the field at this point and the value of the charges.

4. Заряд -1 нКл переместился в поле заряда $+1.5$ нКл из точки с потенциалом 100 В в точку с потенциалом 600 В. Определить работу сил поля и расстояние между этими точками.

The charge of -1 nC has moved in the field created by charge $+1.5$ nC from the point with a potential of 100 V to the point with a potential of 600 V. Determine the work of the field forces and the distance between these points.

5. Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0.1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстоянии 0.06 м от одного и 0.08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить потенциал в этой точке и значение зарядов.

Two identical charges are in the air at a distance of 0.1 m from each other. The field strength at a point removed at a distance of 0.06 m from one and 0.08 m from another charge is equal to 10 kV/m. Determine the potential at this point and the value of the charges.

6. Заряды по 1 нКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0.2 м. Равнодействующая сил, действующих на четвертый заряд, помещенный на середине одной из сторон треугольника, равна 0.6 мкН. Определить этот заряд, напряженность и потенциал поля в точке его расположения.

Charges of 1 nC are placed at the vertices of an equilateral triangle with a side of 0.2 m. The equatorial force acting on the fourth charge, placed on the middle of one side of the triangle, is 0.6 μ N. Determine this charge, the strength and potential of the field at its location.

7. Заряд 1 нКл притянулся к бесконечной плоскости, равномерно заряженной с поверхностной плотностью 0.2 мКл/м². На каком расстоянии от плоскости

находился заряд, если работа сил поля по его перемещению равна 1 мкДж?

The charge of 1 nC was attracted to an infinite plane, uniformly charged with a surface density of $0.2 \mu\text{C}/\text{m}^2$. At what distance from the plane was the charge, if the work of the field forces on its displacement was equal to 1 μJ ?

8. Заряд 1 нКл переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 0.1 м от поверхности металлической сферы радиусом 0.1 м, заряженной с поверхностной плотностью 10^{-3} Кл/м². Определить работу по перемещению заряда.

The charge of 1 nC is transferred from infinity to a point 0.1 m away from the surface of a metal sphere of radius 0.1 m, charged with a surface density of $10^{-3} \text{C}/\text{m}^2$. Determine the work to move the charge.

9. Два шарика массой по 2 мг подвешены в общей точке на нитях длиной 0.5 м. Шарикам сообщили заряд и нити разошлись на угол 90°. Определить напряженность и потенциал поля в точке подвеса шариков.

Two balls weighing 2 mg are suspended at a common point on filaments 0.5 m long. The balls were charged and the filaments dispersed at an angle of 90° . Determine the strength and potential of the field at the point of suspension of the balls.

10. Какую работу нужно совершить чтобы заряды 1 и 2 нКл, находившиеся на расстоянии 0,5 м сблизилась до 0.1 м?

Determine work to move charges of 1 and 2 nC, initially at 0.5 m away from each other, to the distance 0.1 m from each other?

Табл. 3. Фундаментальные физические постоянные (*fundamental physical constants*)

Название	<i>Names</i>	<i>Sym-bol</i>	Величина	Размерность	<i>Units</i>
Электрическая постоянная	<i>Electric constant (vacuum permittivity)</i>	ϵ_0	$8,85418781 \cdot 10^{-12}$	Ф/м	<i>F/m</i>
Постоянная Кулона	<i>Coulomb's constant</i>	k	$8,987\,742\,43 \cdot 10^9$	Н·м ² /Кл ²	<i>N·m²/C²</i>
Заряд электрона (элементарный заряд)	<i>Electron charge (elementary charge)</i>	e	$-1,60217662 \cdot 10^{-31}$	Кл	<i>C</i>
Масса электрона	<i>Electron mass</i>	m_e	$9,10938291 \cdot 10^{-31}$	кг	<i>kg</i>
Электромагнитная постоянная (скорость света)	<i>Electromagnetic constant (speed of light)</i>	c	299 792 458	м/с	<i>m/s</i>
Масса протона	<i>Proton mass</i>	m_p	$1,672\,621\,89 \cdot 10^{-27}$	кг	<i>kg</i>
Постоянная Планка	<i>Planck's constant</i>	h	$6,626\,070\,04 \cdot 10^{-34}$	Дж·с	<i>J·s</i>

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ СОКРАЩЕНИЯ **(ACRONYMS)**

ЭП (<i>EF</i>)	Электрическое поле (<i>Electric field</i>)
ЭквП (<i>EqP</i>)	Эквипотенциальная поверхность (<i>Equipotential surface</i>)
ЗСЭЗ (<i>LCEC</i>)	Закон сохранения электрического заряда (<i>Law of conservation of electric charge</i>)
ЭМ (<i>WM</i>)	Электрофорная машина (<i>Wimshurst machine</i>)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

1. Millikan R. A. (1913). "On the elementary electrical charge and the Avogadro constant" (PDF). *Physical Review. Series II. 2*: 109–143.
2. Einstein A. (1916), *Relativity: The Special and General Theory* (Translation 1920), New York: H. Holt and Company.
3. L.D. Landau, E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *Electrodynamics of continuous media*, Vol. 8., Translated from the second edition of *Elektrodinamika sploshnykh sred*, Izdatel'stvo "Nauka", Moscow . Elsevier, reprinted in.2004.
4. P. Debye , *Physik. Z.*, 36, 193, 1935.
5. P. Debye , *Chem. Rev.*, 19, 171, 1936.
6. G.M. Fichtenholz, *Fundamentals of Mathematical Analysis*, 1968.
7. Birkhoff, G. D. (1923). *Relativity and Modern Physics*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press. LCCN 23008297.

СОДЕРЖАНИЕ

<u>Введение</u>	3
<u>Предмет электростатики</u>	5
<u>Взаимодействие неподвижных электрических зарядов</u>	7
<u>Опыт по разделению зарядов</u>	8
<u>Эксперимент Кулона</u>	10
<u>Дальнодействие закона Кулона</u>	16
<u>Свойства электрического заряда</u>	17
<u>Пример ЭСЭЗ в химии</u>	23
<u>Пример ЭСЭЗ в ядерной физике</u>	24
<u>Принцип суперпозиции полей</u>	26
<u>Действие поля на заряды</u>	26
<u>Консервативность электрического поля</u>	28
<u>Примеры. Вычисление работы по перемещению заряда</u>	31
<u>Пример. Вычисление энергии кристаллической решетки</u>	40
<u>Связь потенциала и напряженности электрического поля</u>	42
<u>Графическое изображение электрического поля</u>	44
<u>Силовые линии ЭП</u>	45
<u>Эквипотенциальные поверхности</u>	47
<u>Задачи для самоконтроля</u>	50
<u>Использованные сокращения</u>	54
<u>Список литературы</u>	55
<u>СОДЕРЖАНИЕ</u>	56